

Caroline Röhr, Universität Freiburg, Institut für Anorganische und Analytische Chemie

# Sammlung und Aufbereitung von Intensitätsdaten

—

## Symmetrie im reziproken Raum

**ChemKrist-Workshop 2009**  
**Was hinter meiner Software steckt**  
(Mehr Verständnis für kristallographische Zusammenhänge!)

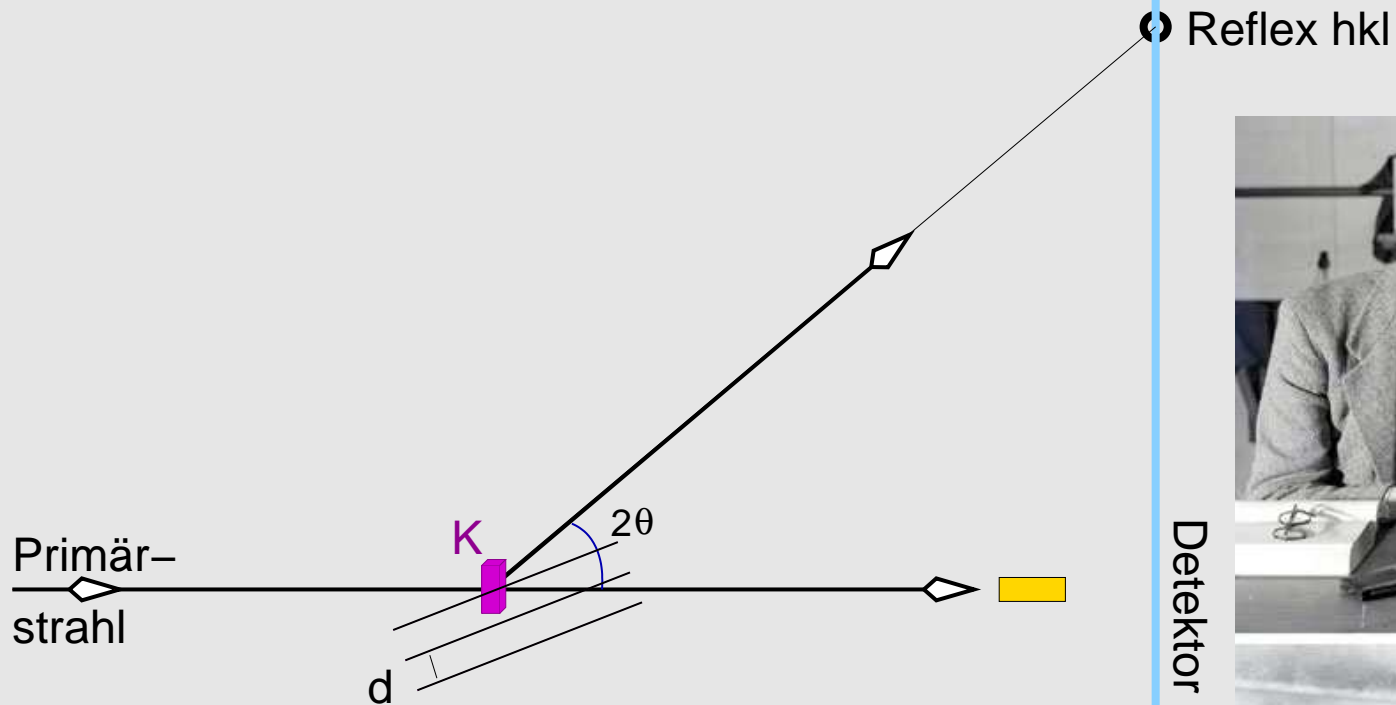
Freiburg i.Br.  
14.-17.9.2009

$$F(\mathbf{h}) = \sum_{j=1}^n f_j(\mathbf{h}) e^{i2\pi \mathbf{h} \cdot \mathbf{x}_j}$$

1. **Ewald-Konstruktion**
  - 1.1. Von Bragg zu Ewald
  - 1.2. Grenzkugel
2. **Historisches**
  - 2.1. Filmmethoden
  - 2.2. Vierkreisdiffraktometer
3. **Diffraktometer mit Flächenzähler**
  - 3.1. Hardware
  - 3.2. Indizierung
  - 3.3. Meßstrategien und -parameter
4. **Integration und Datenreduktion**
  - 4.1. Erfassung integraler Intensitäten
  - 4.2. Lorentzkorrektur
  - 4.3. Polarisationskorrektur
  - 4.4. Absorptionskorrektur
5. **Symmetrie im reziproken Raum**
  - 5.1. Inversionssymmetrie, absolute Strukturen
  - 5.2. Laueklasse
  - 5.3. Systematische Auslöschungen
  - 5.4. Beugungssymbol, Raumgruppenbestimmung

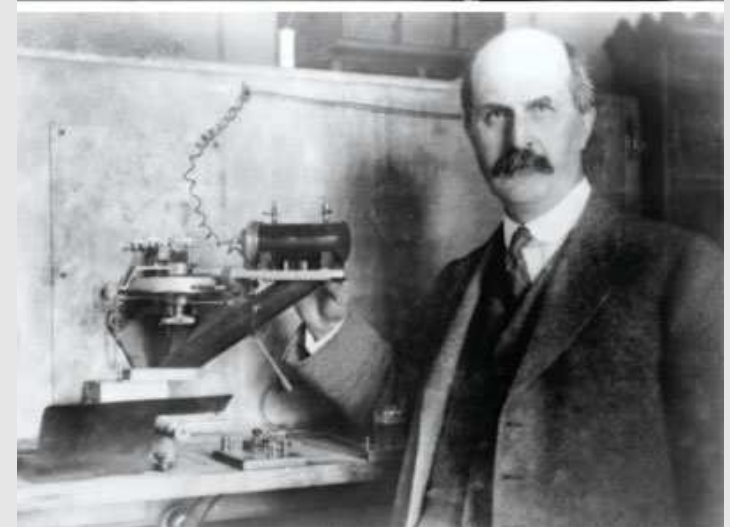
# 1. Ewald-Konstruktion

# Von Braggs ...



- Bragg-Bedingung für Reflex hkl ( $\vec{h}$ )

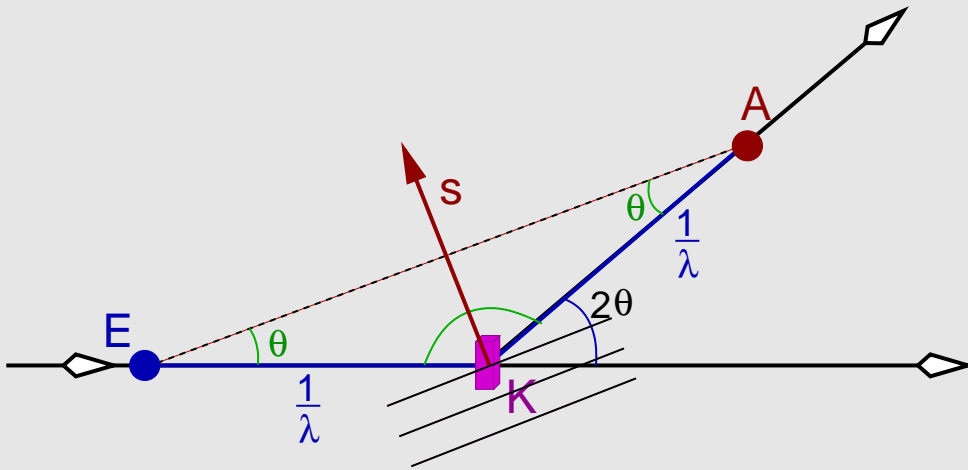
- $\lambda = 2d_{\vec{h}} \sin \Theta_{\vec{h}}$



William Lawrence Bragg (o)

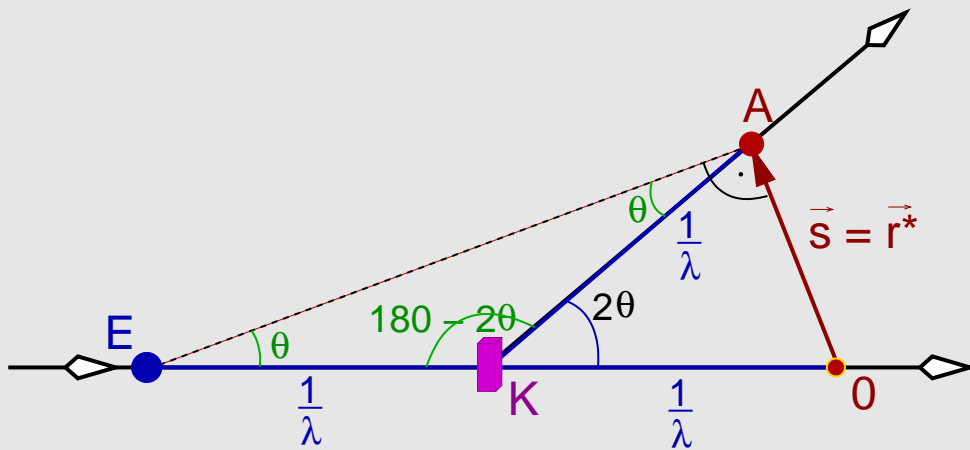
William Henry Bragg (u)

# ... über den Streuvektor ...



- mit reziprokem Gittervektor:  $\frac{1}{d_{\vec{h}}} = \frac{2}{\lambda} \sin \Theta_{\vec{h}} = |\mathbf{r}_{\vec{h}}^*|$
- 'Reflektions'bedingung: Streuvektor  $\vec{s}_{\vec{h}}$  ( $\parallel d_{\vec{h}}$ ) = reziproker Gittervektor  $\mathbf{r}_{\vec{h}}^*$
- $\vec{s}$  winkelhalbierend zwischen ein- und aus-fallendem Strahl

# ... zur Ewald-Konstruktion

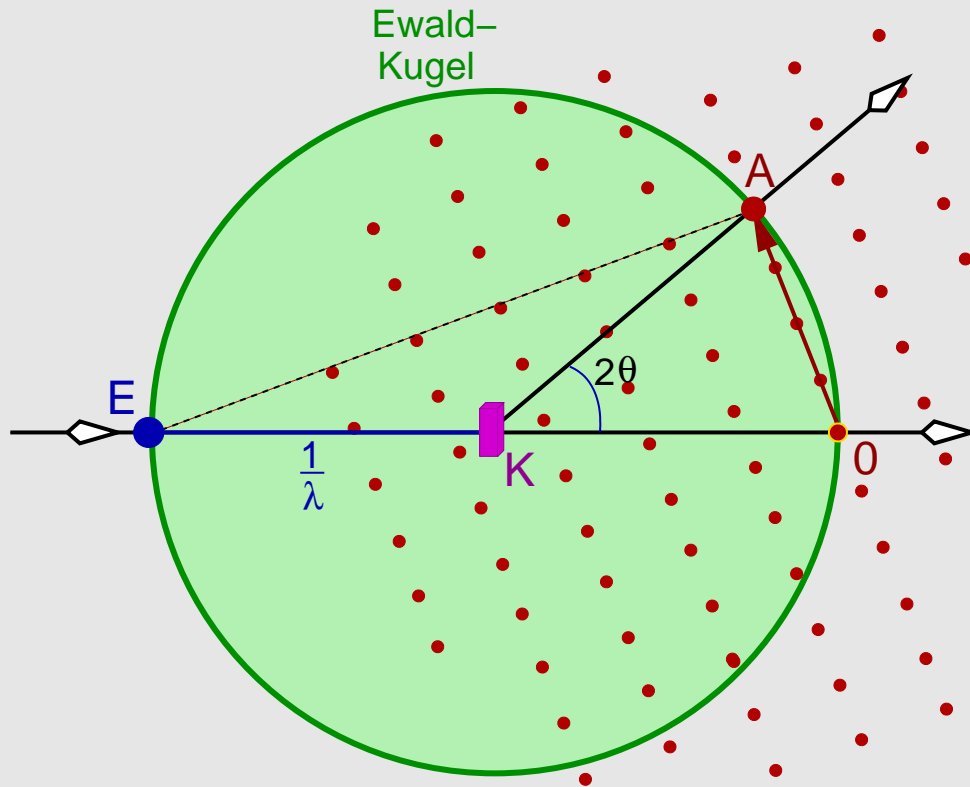


- Streuvektor  $\vec{s}_h = \vec{r}_h^*$  um  $\frac{1}{\lambda}$  verschieben

$$\sin \Theta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{OA}{EKO} = \frac{|\vec{r}_h^*|}{2/\lambda}$$

- Vorteil:

# Ewald-Konstruktion

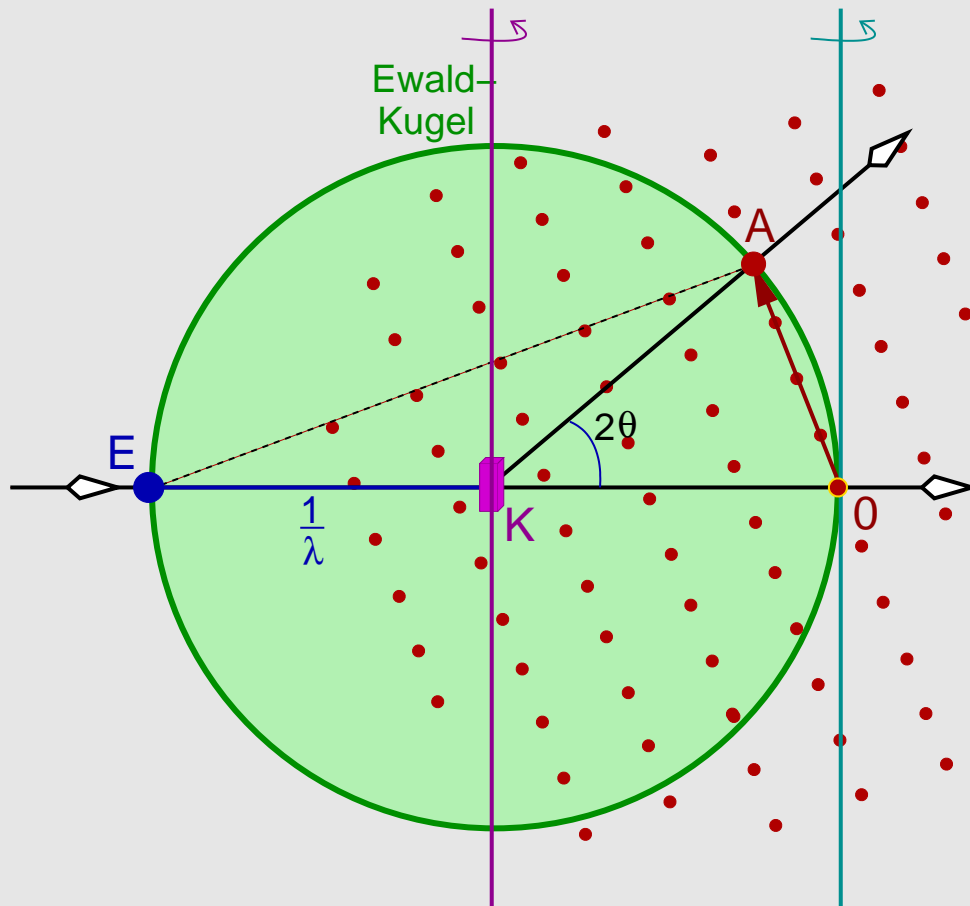


- 'Reflektions'bedingung erfüllt für alle  $\vec{r}_{h}^*$ ,
- deren Endpunkte auf Kugel mit Radius  $\frac{1}{\lambda}$  um den Kristall liegen
- $\mapsto$  Ewald-Kugel



Paul Peter Ewald (1888-1985)

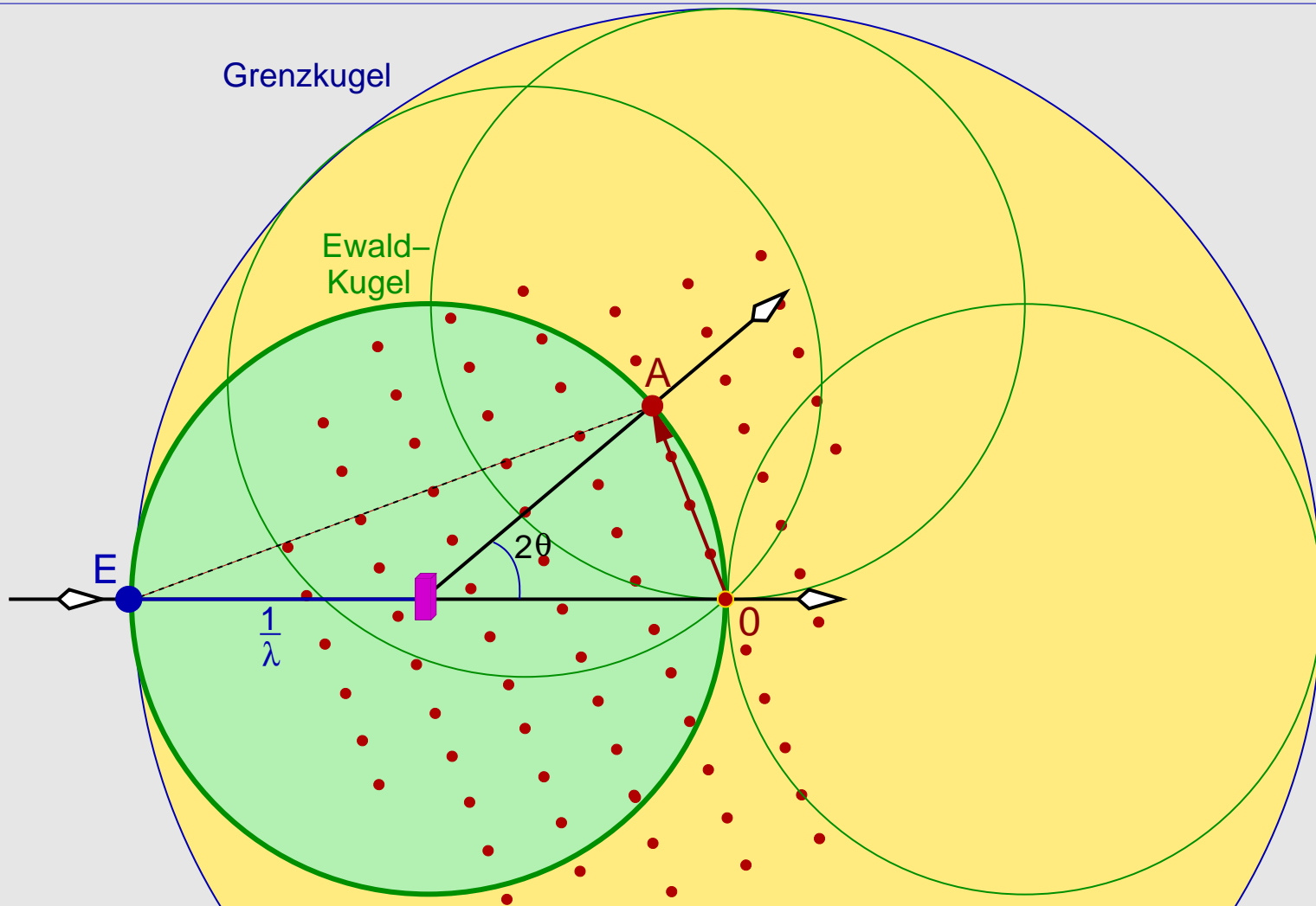
# Ewald-Konstruktion



- Drehung des Kristalls  $\leftrightarrow$  Drehung des reziproken Gitters
- Reflexe wandern durch die 'Reflektions'bedingung  $\Rightarrow$



## 1.2. Ewald-Konstruktion: Grenzkugel



- Grenzkugel: durch Kristalldrehungen insgesamt
- erfassbarer Bereich des reziproken Gitters
- Radius:  $\frac{2}{\lambda}$

# Ewald-Konstruktion: Zusammenfassung

- Annahmen:
  - ◇ monochromatische Strahlung
  - ◇ feste Einfallsrichtung des Primärstrahls
  - ◇ Einkristall
- Ewald-Kugel: Kugel mit Radius  $1/\lambda$  um Kristall (real  $\mapsto$  reziprok)
- 'Reflektions'bedingung: Streuvektor  $\vec{s}$  fällt mit reziprokem Gittervektor  $\vec{r}^*$  zusammen
- wenn  $\vec{r}^*$  auf Ewald-Kugel  $\mapsto \vec{s} \mapsto$  Bragg-Reflex
- vom Kristall in Richtung Spitze des reziproken Gittervektors/Streuvektors
- Konsequenzen für Experimente:
  - ◇ Kristalldrehungen um mindestens 2 Achsen
  - ◇ Detektoren mit möglichst großer Fläche
  - ◇ Radius der Grenzkugel:  $\frac{2}{\lambda}$
  - ◇ Reflex-Volumina (Mosaik-Struktur)  $\mapsto$  'Scans' für integrale Intensitäten  $\Rightarrow$

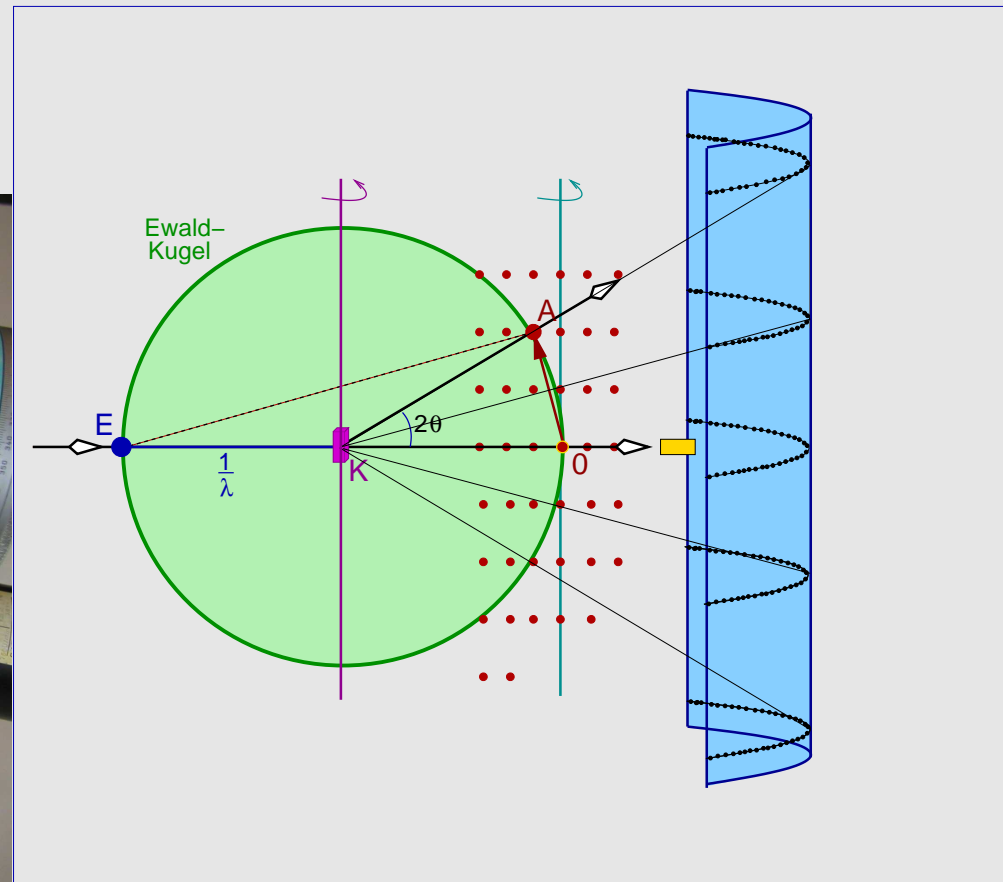
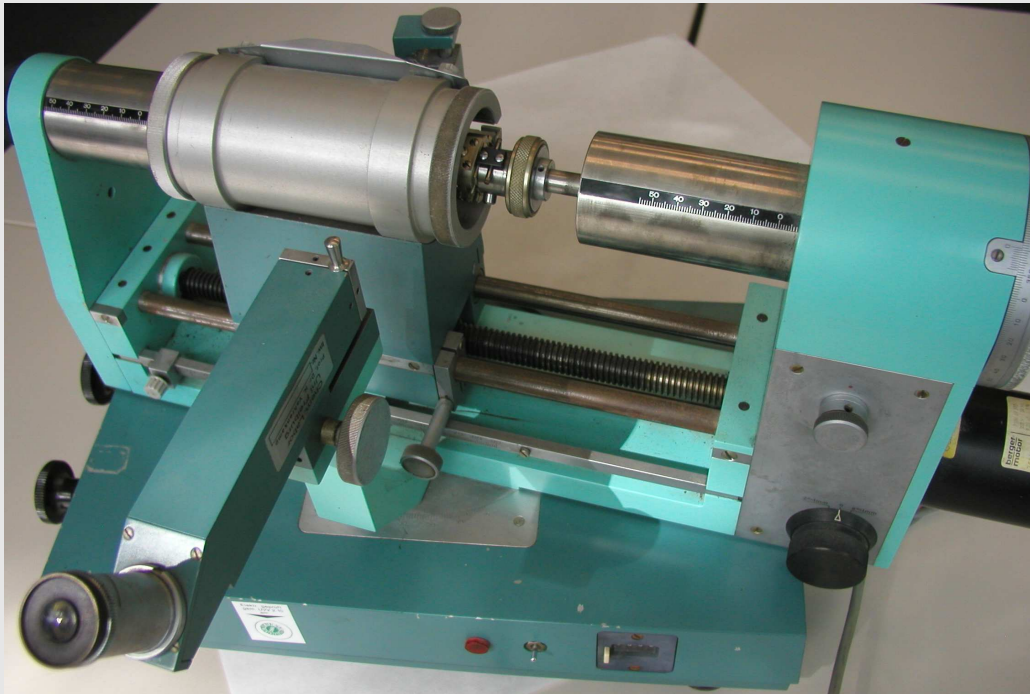
## 2. Historisches

## 2.1. Filmmethoden

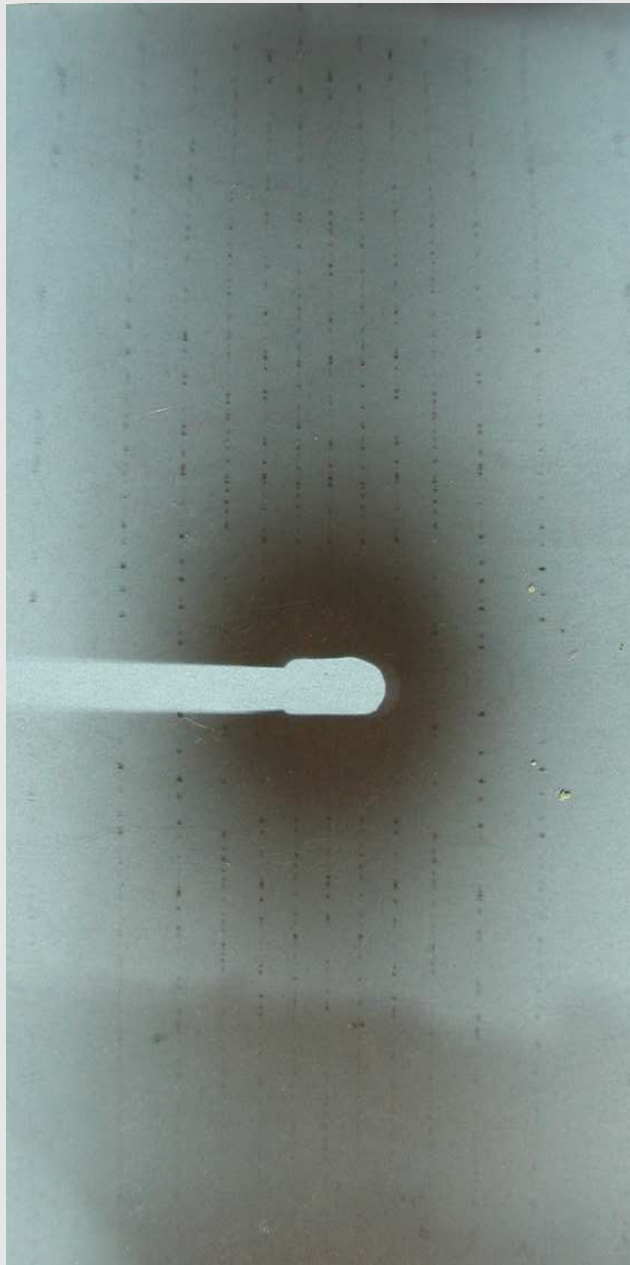
- $\oplus$  Film als Flächendetektor  $\mapsto$  viele Reflexe gleichzeitig detektierbar
- $\ominus$   $I_{\vec{h}}$  nur mit großem Aufwand/ungenau (Integrationsmechanik, Densitometer usw.)
- $\ominus$  aufwändige Kristall-Justage
- Prinzip allgemein:
  - ◇ Drehung des Kristalls um eine einjustierte Achse ( $\phi$ )
  - ◇ Drehkristallaufnahmen: von einer Schicht bei Drehung um  $\phi$  erzeugte Reflexe auf Kegelmänteln, die
    - zylindrischen Film ( $\phi \parallel$  Zylinderachse) in gerade Linien schneiden (Weissenberg)
    - auf planen Filmen ( $\phi \perp$  Film) als Ringe erscheinen (Buerger, DeJong: Cone-Aufnahmen)
  - ◇ daraus: Länge des parallel zur Drehachse eingestellten Einheitsvektors
  - ◇ Aufnahmen einzelner Schichten durch 'Ausblenden' aller anderen Schichten
  - ◇ Verteilung der Reflexe dieser Schicht (Linie bzw. Ring) auf dem Film durch clevere Mechanik (Kopplung der Drehung um die Kristallachse mit Verschiebung des Films)

# Filmmethoden: Weissenberg

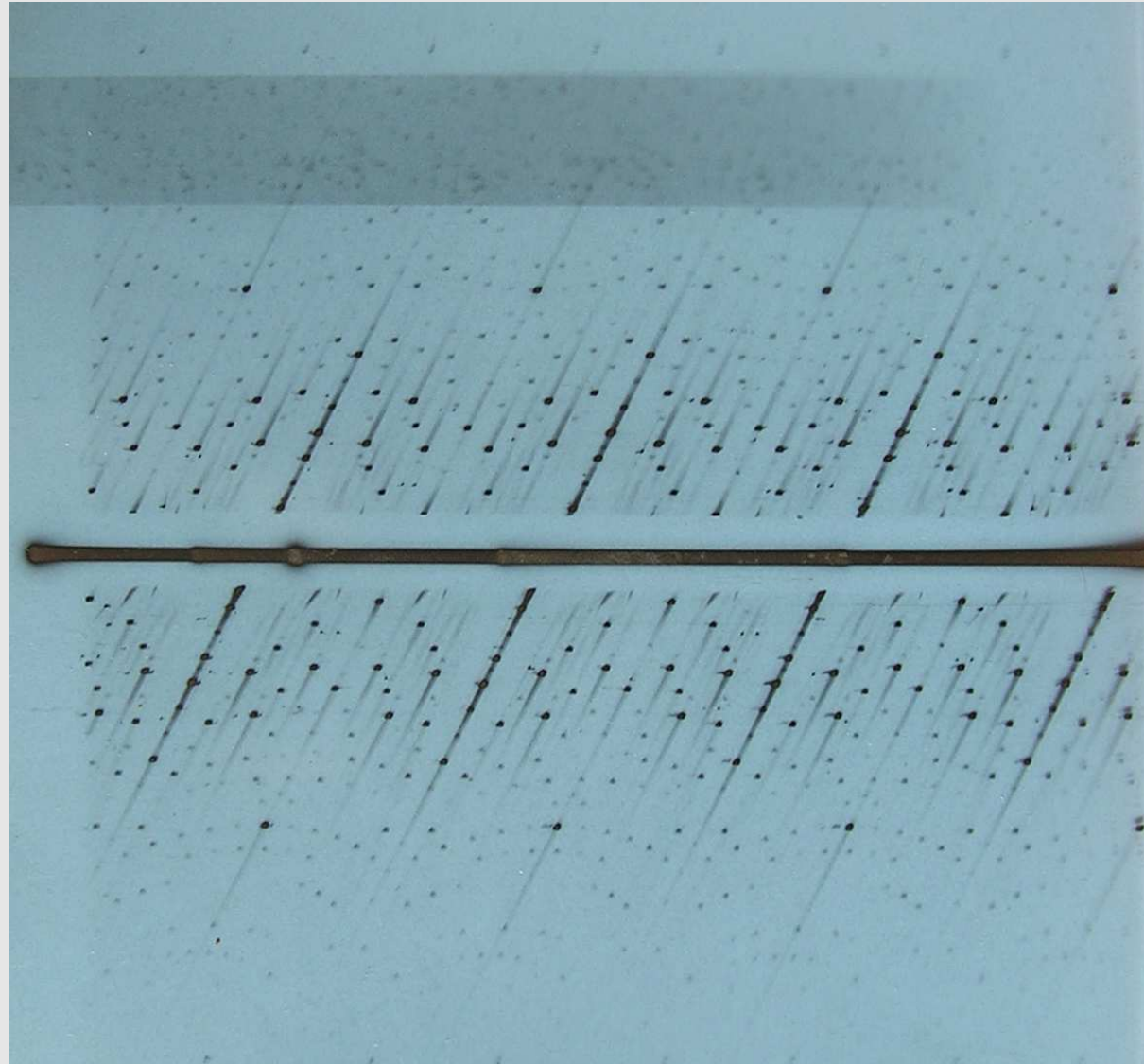
- zylindrischer Film
- ⊕ 'einfache' Mechanik
- ⊕ optimale Filmfläche
- Drehkristallaufnahme ⇒
- ⊖ Schichten ↦ verzerrt ↦ Symmetrie schwer erkennbar, Umzeichnen erforderlich



# Filmmethoden: Weissenberg



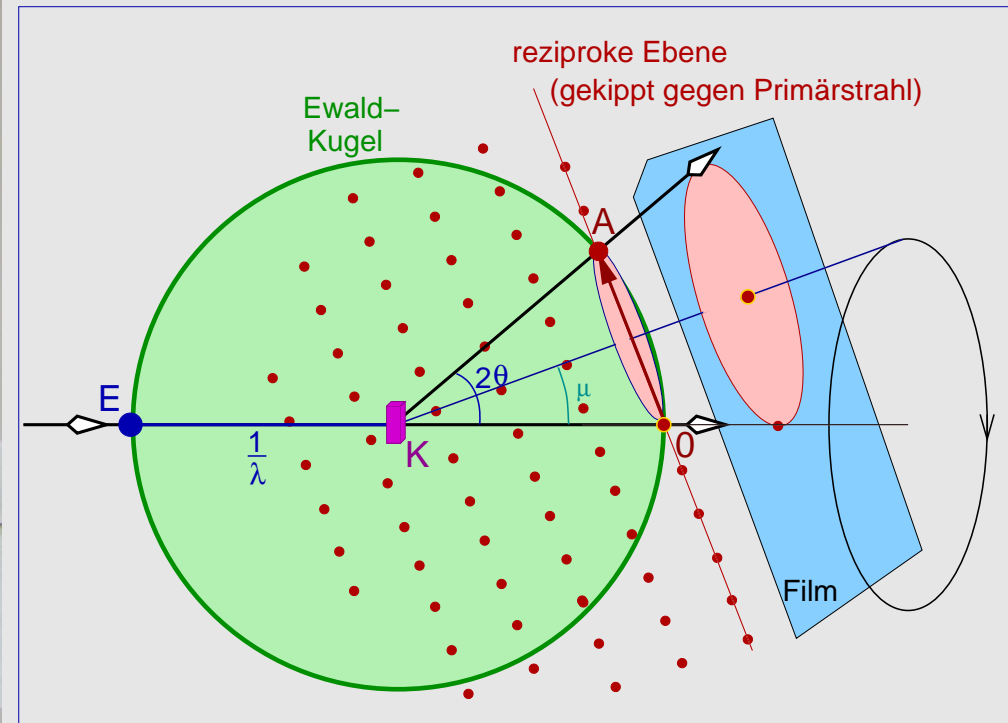
Drehkristall-Aufnahme



Äquator (0. Schicht)

# Filmmethoden: Buerger

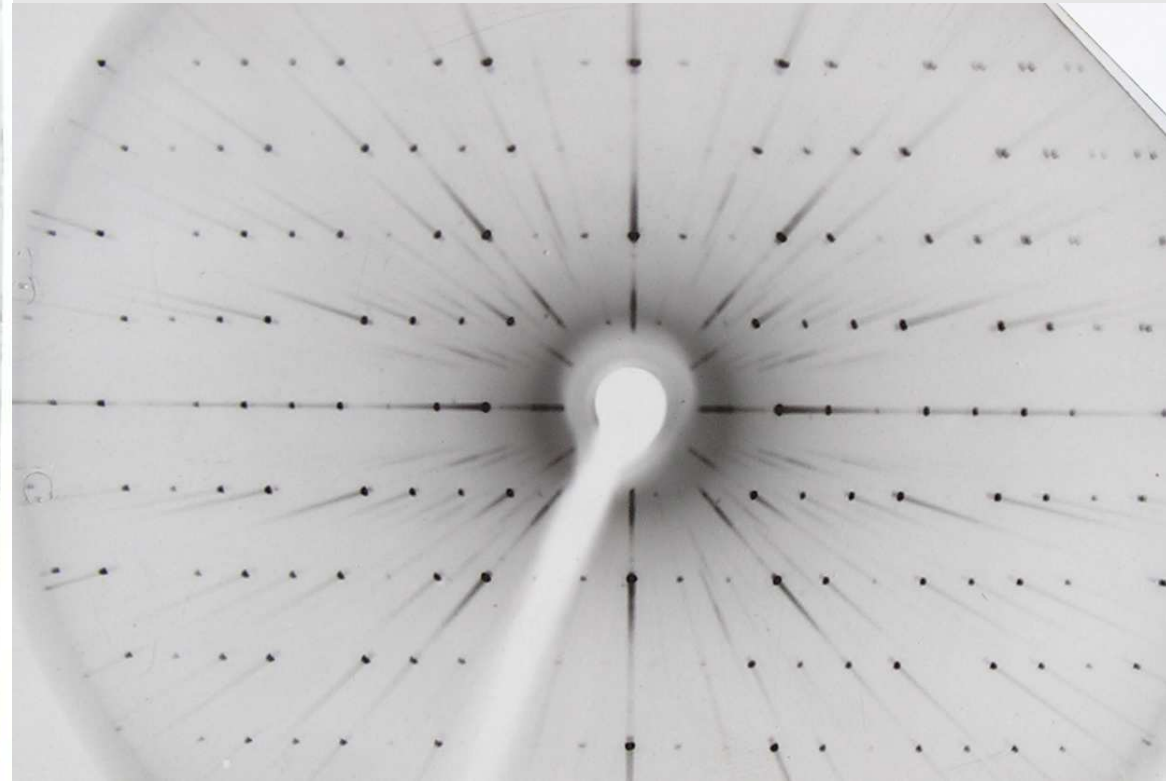
- $\ominus$  aufwändige Mechanik
- Cone/Kegel-Aufnahmen  $\Rightarrow$
- $\oplus$  Schichten  $\mapsto$  unverzerrt  $\mapsto$  Symmetrie direkt erkennbar



# Filmmethoden: Buerger



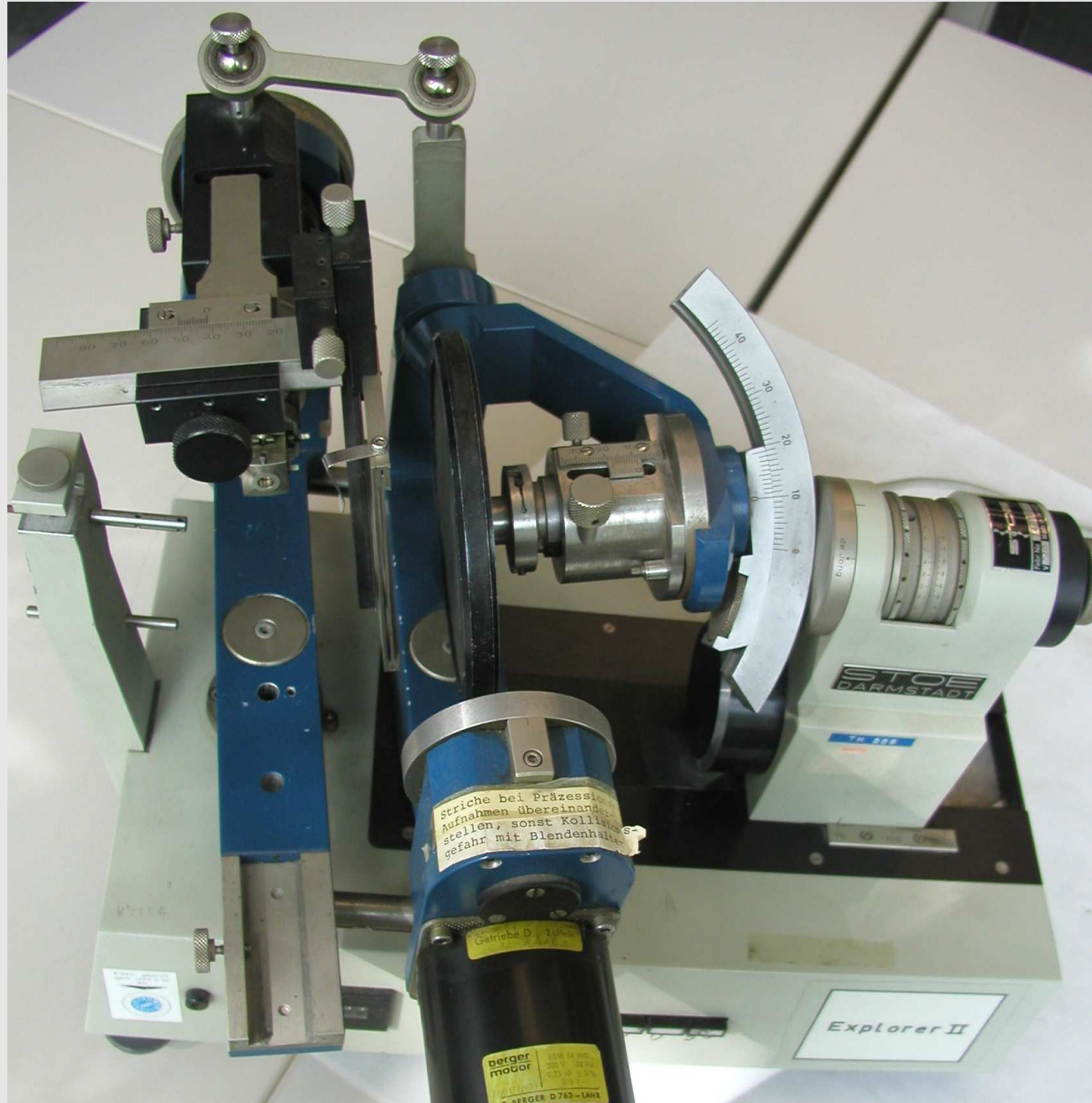
Kegel-Aufnahme



Buerger-Äquator



# Filmmethoden: Explorer (Buerger oder DeJong-Bouman)



## 2.2. Vierkreisdiffraktometer

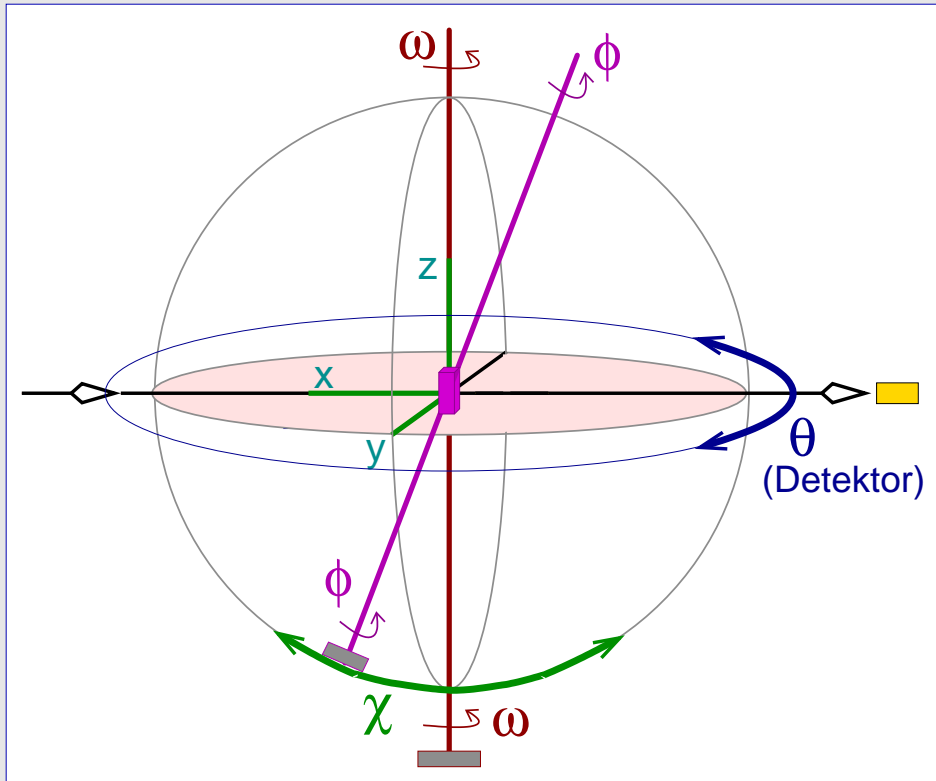
- ⊕ sehr gute Intensitätsinformation
- ⊕ keine Justage des Kristalls
- ⊖ Punkt-Zähler: nur einzelne Reflexe in einer Ebene ( $\Theta$ -Kreis) messbar  $\mapsto$ 
  - ◇ mehrere Drehachsen (Kreise) erforderlich, um alle Reflexe in Zählerebene einzudrehen
  - ◇ zeitaufwändig



Enraf-Nonius CAD-4

## 2.2. Vierkreisdiffraktometer: Bauarten

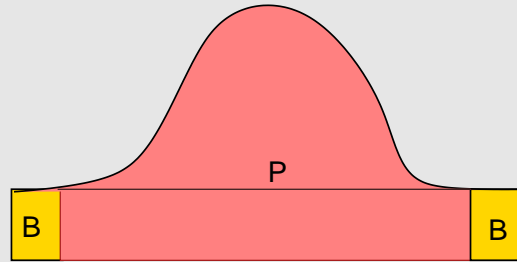
- $\kappa$ -Geometrie ( $\phi$ ,  $\kappa$ ,  $\omega$  und  $\theta$ )
- Euler-Wiege ( $\phi$ ,  $\chi$ ,  $\omega$  und  $\theta$ )



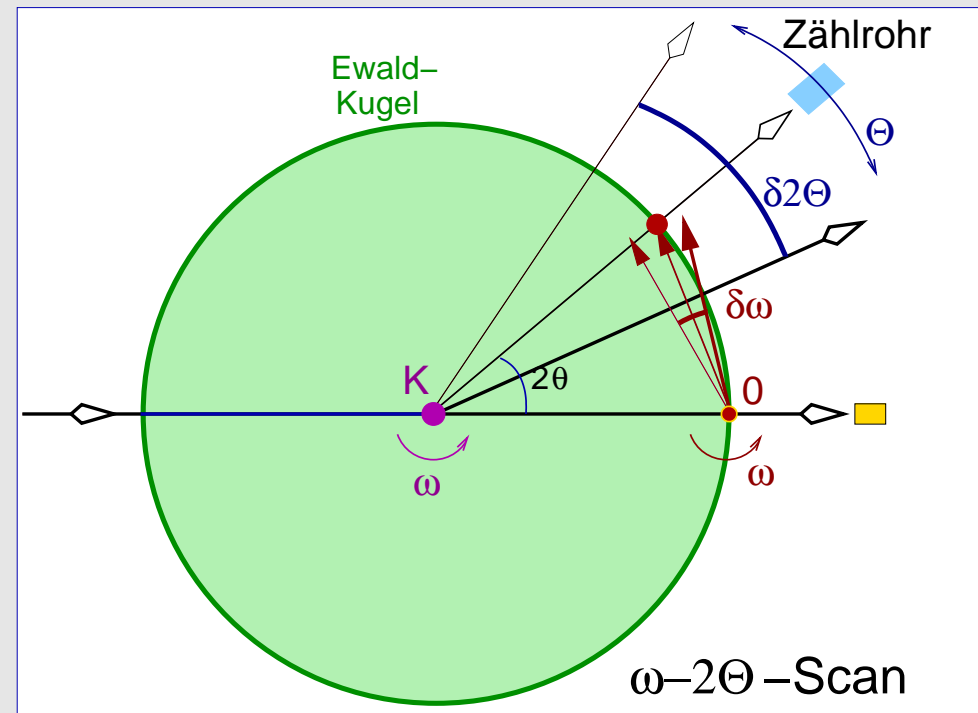
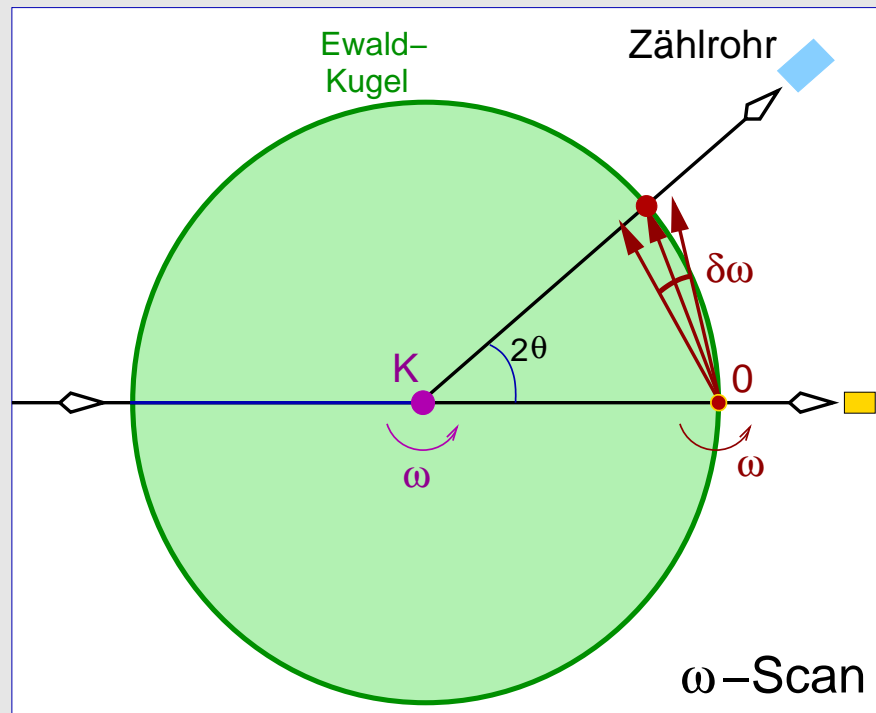
Philips PW-1100, Univ. Erlangen

## 2.2. Vierkreisdiffraktometer

- Reflexsuche  $\mapsto$  Indizierung  $\mapsto$  Orientierungs-Matrix
- einzelne Reflexe in Zählerebene einschwenken

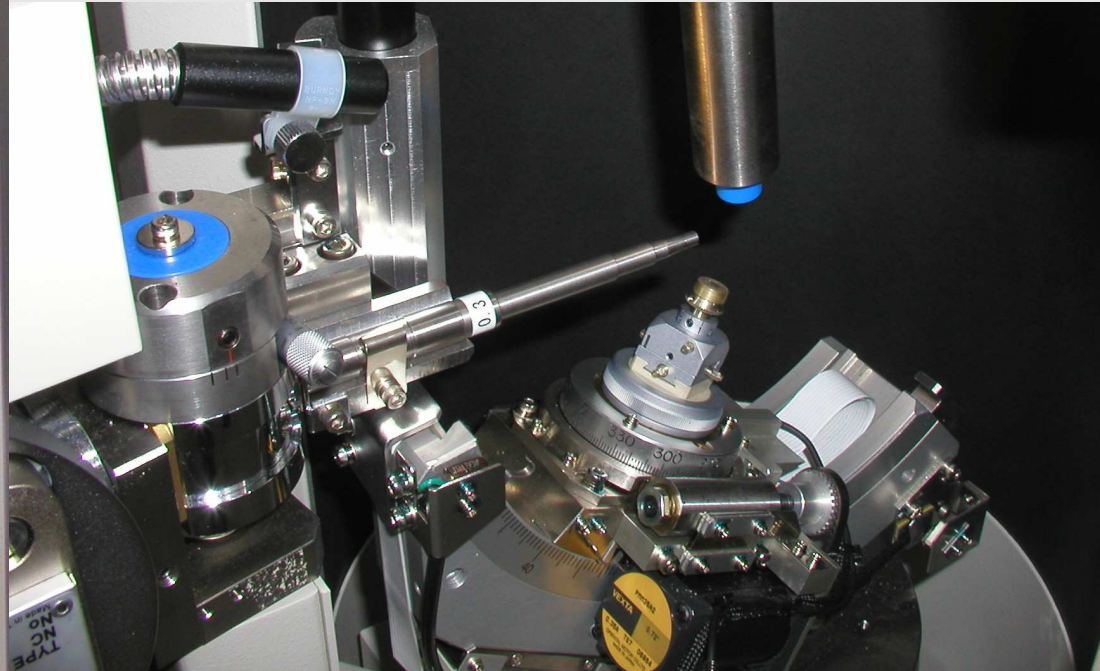


- Scans B-P-B
- $\mapsto$  Untergrund (rechts/links), integrale Intensitäten
- unterschiedliche Modi  $\Rightarrow$



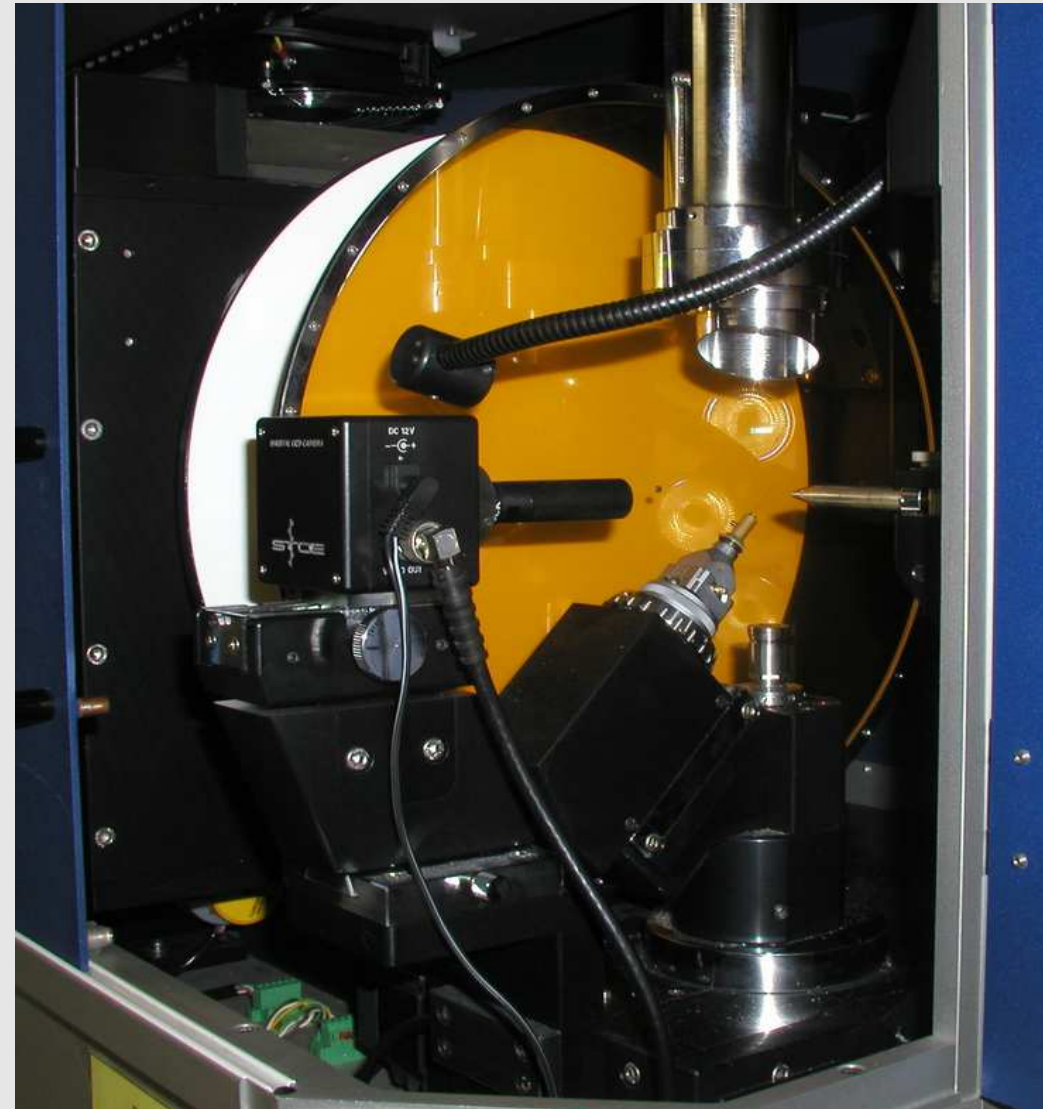
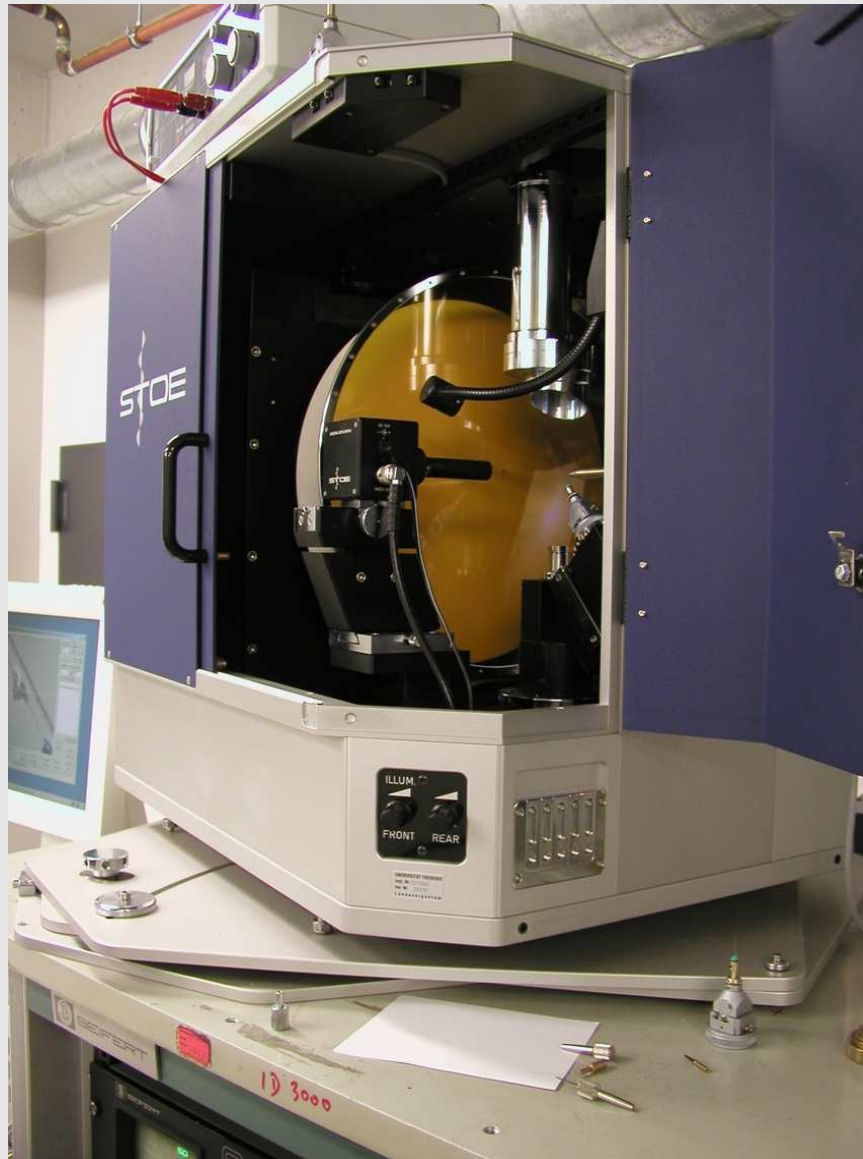
# 3. Diffraktometer mit Flächenzähler

## 3.1. Hardware, Beispiel I: Rigaku Spider



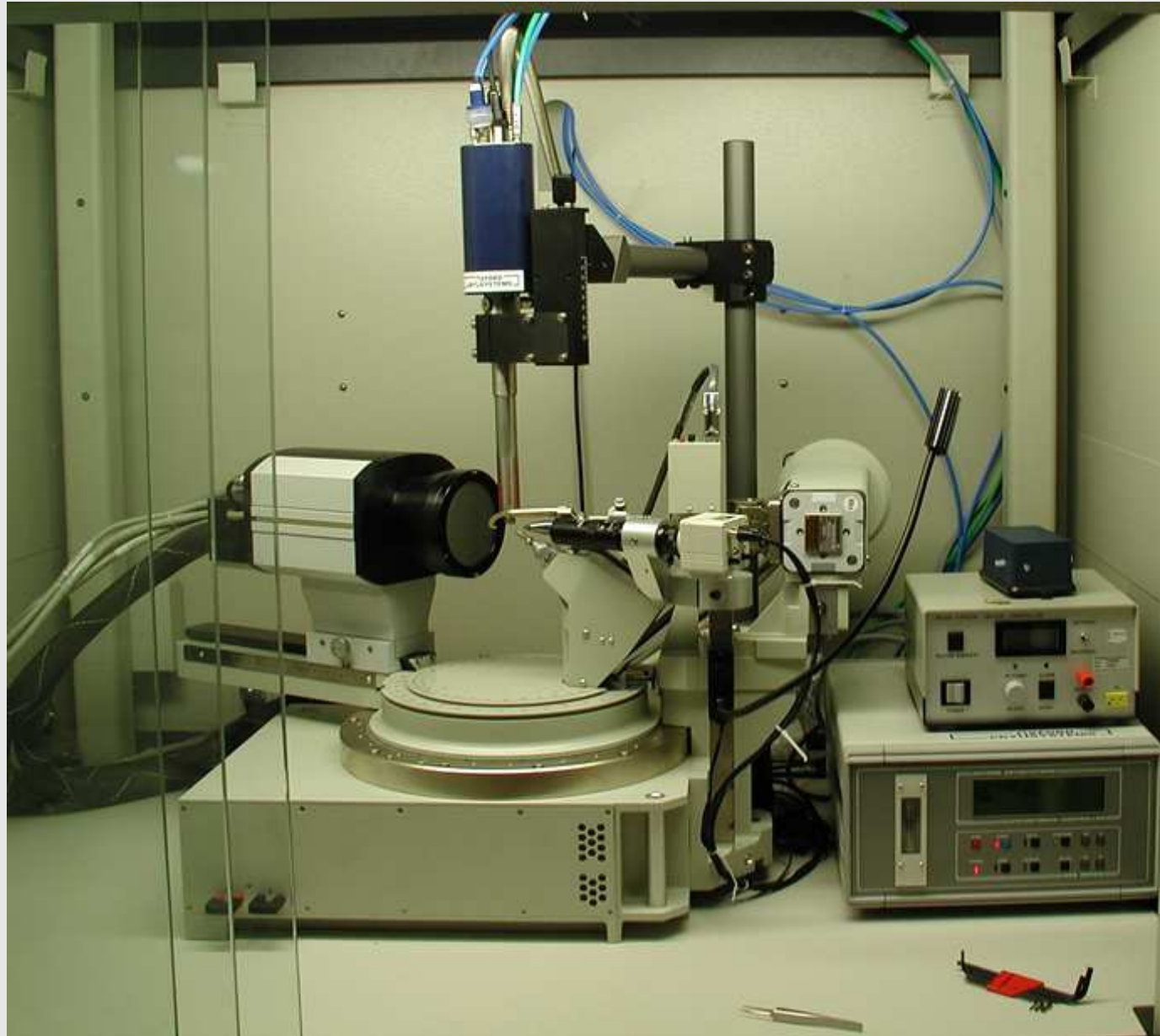
- Dreiachsen-Goniometer ( $\phi$ ,  $\chi$ ,  $\omega$ )
- gebogene  $\Theta$ - und  $d$ -feste Image-Plate

## 3.1. Hardware, Beispiel II: Stoe-IPDS-II



- Zweiachsen-Goniometer ( $\phi$ ,  $\omega$ ,  $\chi=54.7^\circ$ )
- ebene,  $\Theta$ -feste Image-Plate

## 3.1. Hardware, Beispiel III: Bruker AXS CCD



- Zweiachsen-Goniometer ( $\phi, \omega, \chi = 54.7^\circ$ )
- in  $\Theta$  beweglicher CCD-Detektor



## 3.2. Images, Beispiel I: Rigaku-Spider

The screenshot displays the CrystalClear-SM 1.4.0 software interface. The main window shows a diffraction image with a central spot and surrounding spots, indicating a crystal structure. The interface includes a menu bar (File, Edit, View, Sample, Instrument, Processing, Tools, Window, Help) and a toolbar with various icons. The task bar indicates 'Screen Collect and Process'. The sample name is 'SB-93'. The main display area is titled 'Collection Image Display - C:\DATA\AKK\safak\SB-93\Images\SB-930039.osc'. A vertical toolbar on the right side of the image display contains icons for zooming and other image manipulation functions. On the left side, there is a control panel with buttons for 'Initialize Instrument', 'Setup', 'Crystal Evaluation', 'Assign Unit Cell', 'Strategy', 'Collect Images' (highlighted in yellow), 'Integrate Reflections', 'Laue Check', 'Num. Absorption Correction', 'Scale and Absorption', 'Final Refine Cell', and 'Write CIF'. A status bar at the bottom shows the message: 'Image C:\DATA\AKK\safak\SB-93\Images\SB-930037.osc collected. (02/11/09 19:17:14)'. The bottom right corner of the window displays 'CrystalClear - Sample: SB-93'.

CrystalClear-SM 1.4.0 ra1 [Sample: SB-93, Instrument: R-AXIS SPIDER]

File Edit View Sample Instrument Processing Tools Window Help

Task: Screen Collect and Process

Sample: SB-93

Collection Image Display - C:\DATA\AKK\safak\SB-93\Images\SB-930039.osc

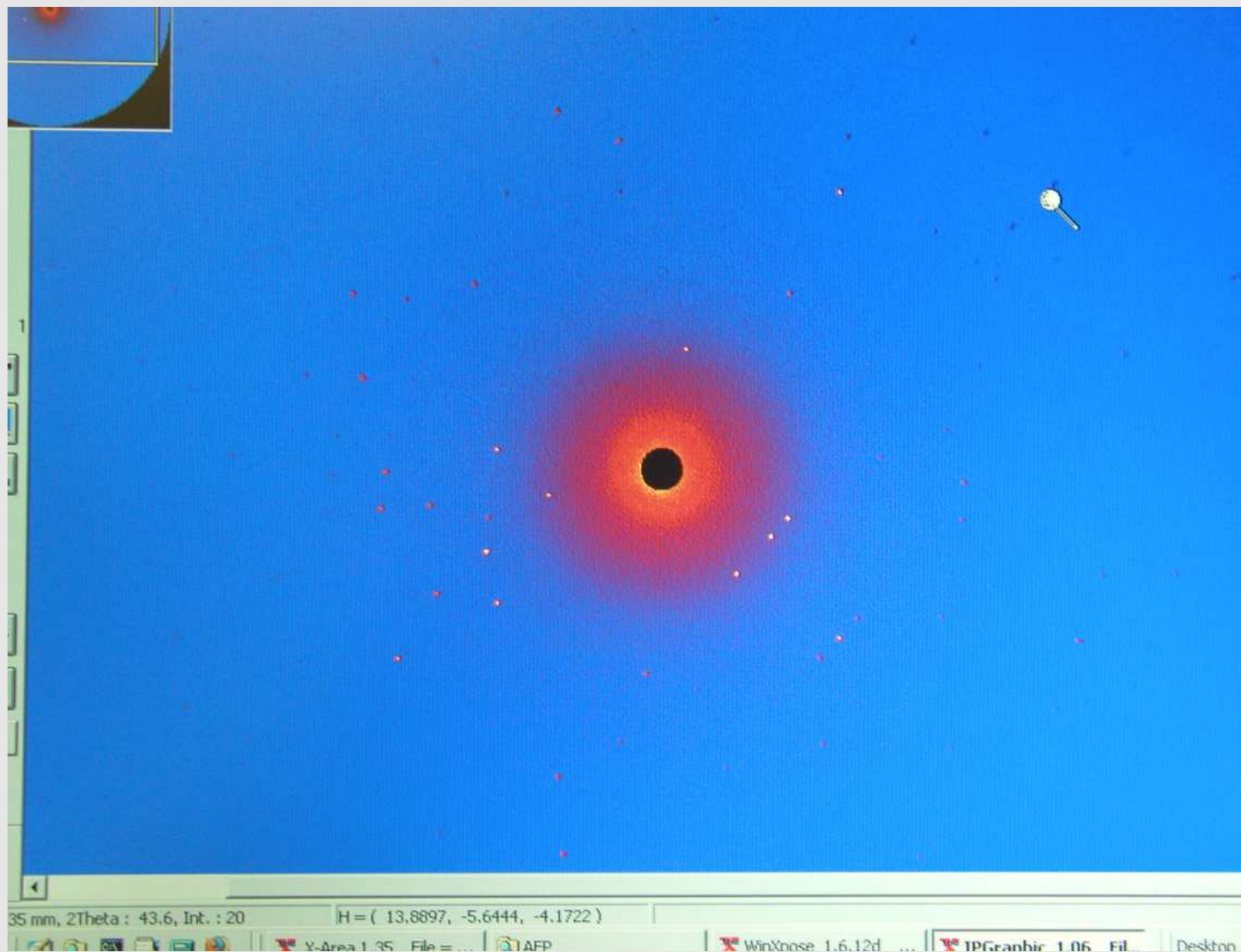
Initialize Instrument  
↓  
Setup  
↓  
Crystal Evaluation  
↓  
Assign Unit Cell  
↓  
Strategy  
↓  
Collect Images  
↓  
Integrate Reflections  
↓  
Laue Check  
↓  
Num. Absorption Correction  
↓  
Scale and Absorption  
↓  
Final Refine Cell  
↓  
Write CIF

Messages:  
Image C:\DATA\AKK\safak\SB-93\Images\SB-930037.osc collected. (02/11/09 19:17:14)

CrystalClear - Sample: SB-93

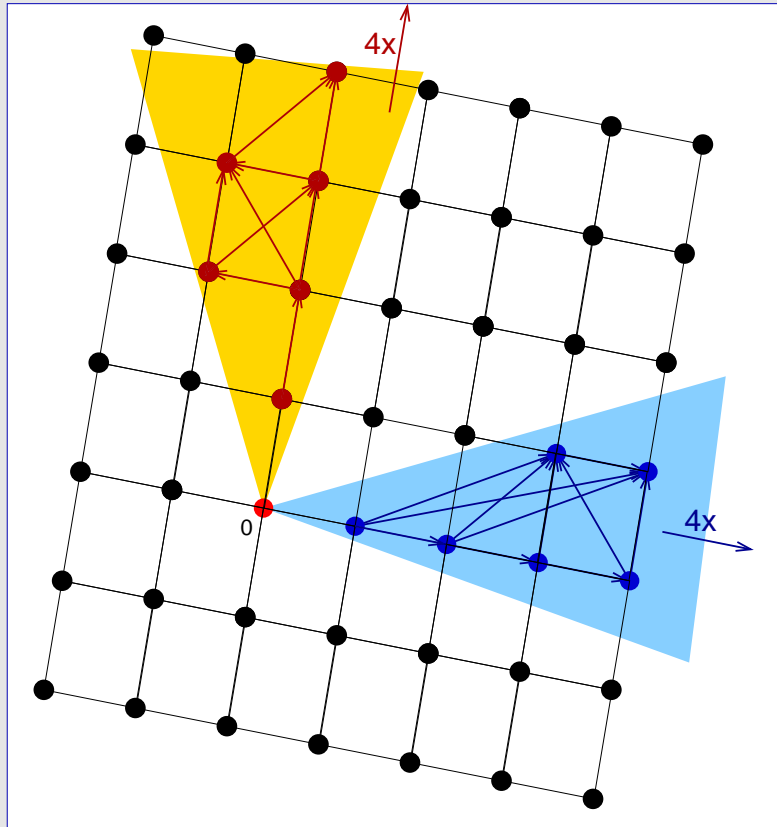
Image name	SB-930039.osc
Image number	39
Reflection list	
Start angle (°)	66.25
Image width (°)	5.00
Exposure time (min)	5.00
Crys. to det. dist.	127.40
Detector 2θ (°)	0.00
Pixel position	
Pixel value	
Peak intensity	
Resolution (Å)   (°)	
Intensity/Sigma	
HKL	
Spot distance	
Number of spots:	Resolution Årcs...
Less spots	More spots
Display orientation	X-Y Prefs...

## 3.2. Images, Beispiel II: Stoe IPDS-II



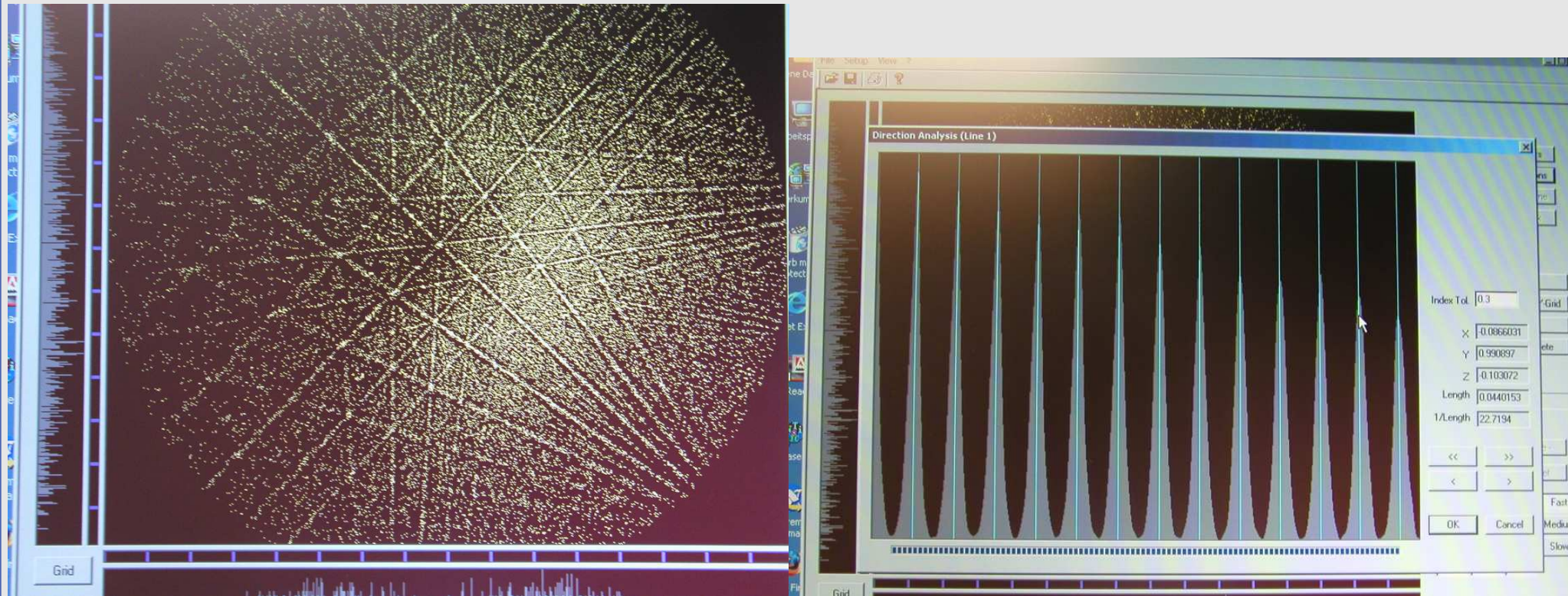
## 3.2. Indizierung

- Reflexsuche (Peak-Search/Picking/Hunting) oberhalb einer  $\sigma$ -Schranke
- Indizierung: Zuordnung zu einem Gitter (primitiv  $\mapsto$  Bravais)
- Strategien:
  - ◇ Suche nach kurzen/häufigen Vektoren zwischen Reflexen (DIFFERENCE VECTORS)



- ◇ Graphische Indizierung: Projektionen der Differenzvektoren

## 3.2. Indizierung: Strategien (Stoe IPDS-II)



- Projektion aller Differenzvektoren auf Äquator-Ebene
- $\mapsto$  wiederkehrende Richtungen liegen auf Linien
- Auswahl 3er linear unabhängiger Geraden (Richtungsanalyse)
- $\mapsto$  primitive Elementarzelle

## 3.2. Ergebnis der Indizierung (Beispiel)

08-Nov-2008 14:14 ----- Peak search -----

Selected runs/frames ( available: 0 runs, 103 frames ) :

Run 1 Frames 1,103

Min, max I/Sigma : 10.0, 0.0 Grid : 6 N-Skip : 0

Min, max 2Theta : 3.0, 60.0 New peaklist : Yes

3250 Peaks found, deleted 390, independent 1843

08-Nov-2008 14:14 ----- Index results -----

Number of peaks used/selected = 1843 out of 1843

Initial cell : 9.483 5.004 9.472 74.61 30.61 58.08 174.6

Final cell : 5.014 5.005 8.038 89.97 90.05 119.91 174.8

Lattice type : Trigonal P

Indexed peaks: 1649 ( 89.5 % )

Orienting matrix : 0.118543 -0.039489 0.087210

-0.116869 0.037989 0.088717

-0.158841 -0.223891 -0.000327

## 3.3. Meßstrategien und -parameter

- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in d oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)

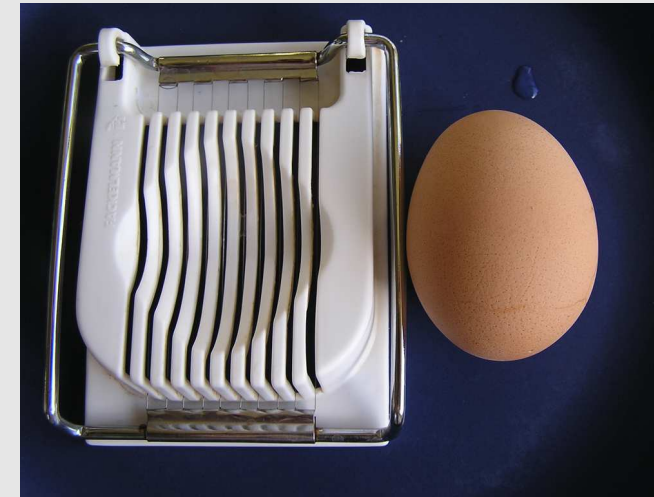
## 3.3. Meßstrategien und -parameter

- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in  $d$  oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)



## 3.3. Meßstrategien und -parameter

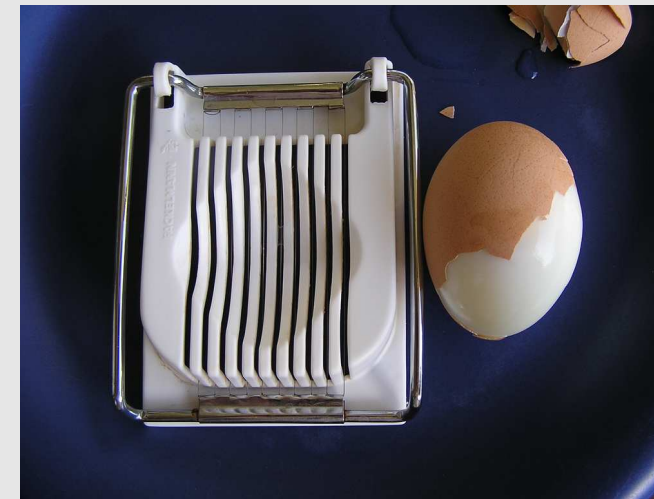
- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in d oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)





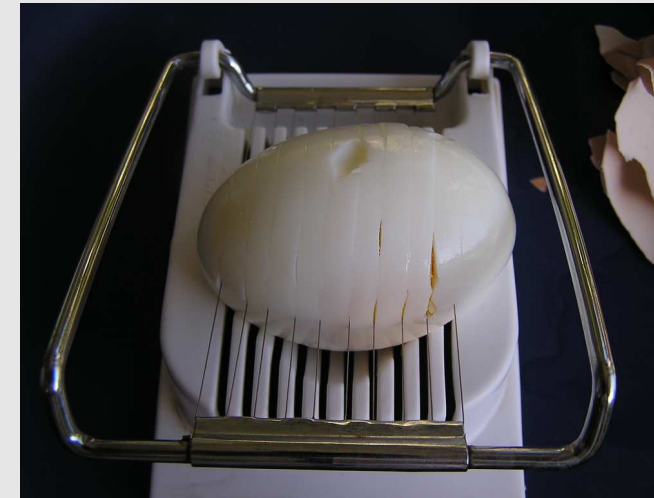
## 3.3. Meßstrategien und -parameter

- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in  $d$  oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)



## 3.3. Meßstrategien und -parameter

- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in  $d$  oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)



## 3.3. Meßstrategien und -parameter

- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in  $d$  oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)



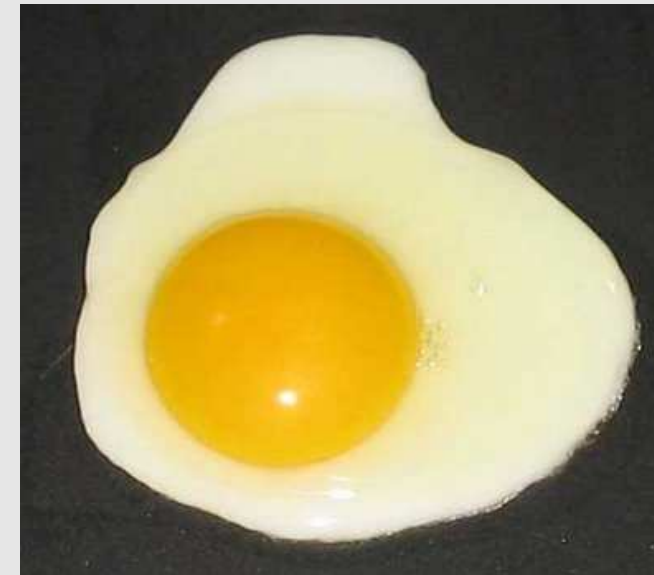
## 3.3. Meßstrategien und -parameter

- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in d oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)



## 3.3. Meßstrategien und -parameter

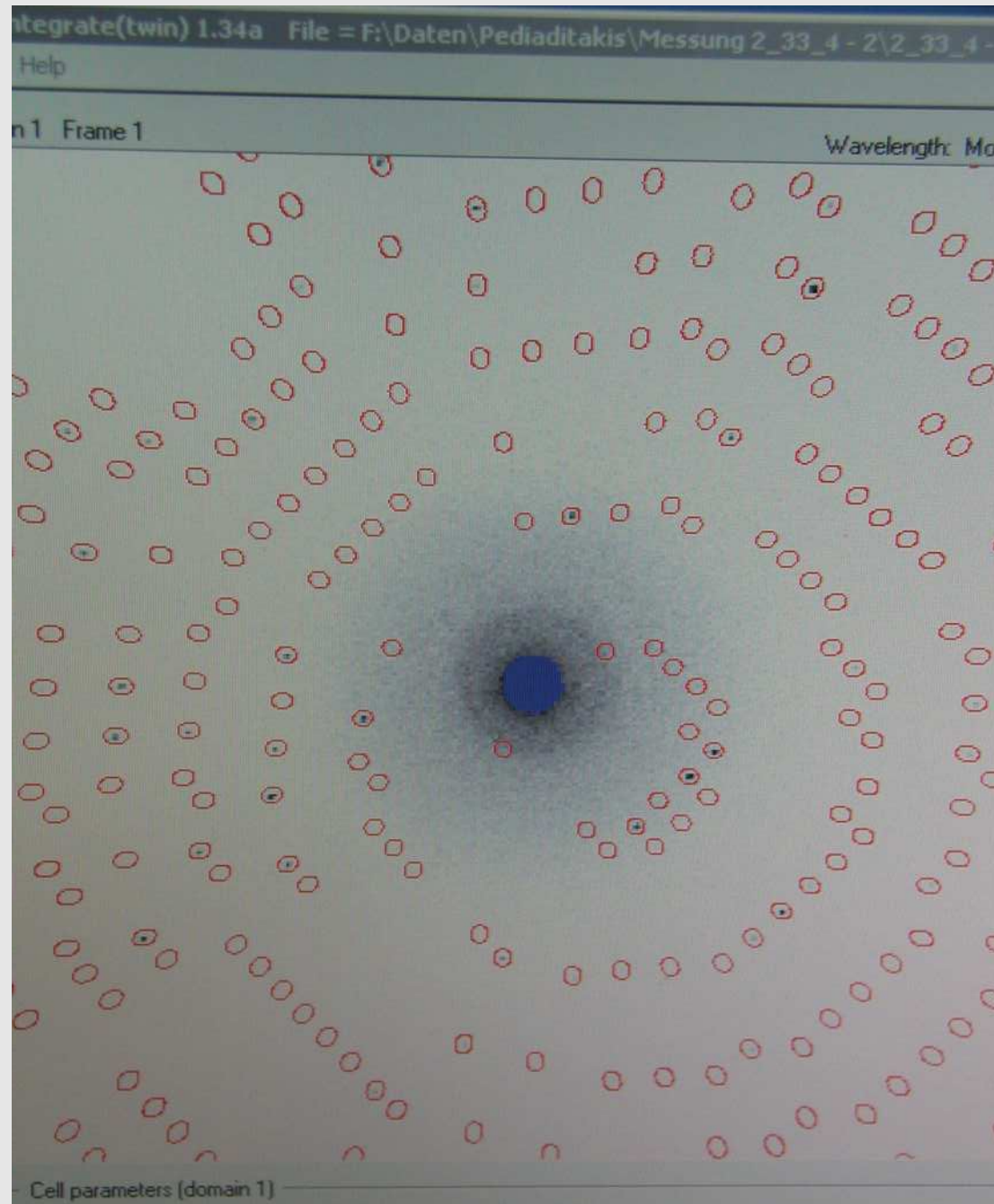
- Wellenlänge
  - ◇ Absorptionsprobleme (bei weicher = langwelligerer Strahlung kritischer)
  - ◇ Grenzkugel:  $\lambda$  groß  $\mapsto$   $\Theta$  klein  $\mapsto$  Auflösung klein
- Meßzeit
  - ◇ Proportionalitätsbereiche der Zählertypen
  - ◇ Warteschlange
- Auflösung (RESOLUTION) (in d oder  $\theta$ )
- Redundanz (REDUNDANCY)
  - ◇ f(Laueklasse, Absorptionsprobleme, Warteschlange)
- Vollständigkeit der Daten (COMPLETENESS)
- Scan-Arten (bei festen Platten nur  $\omega$ )
- Scanbreiten
  - ◇ Narrow-Scan ( $< 1^\circ$ ): Reflexe über mehrere Images verteilt
    - mehr Images  $\mapsto$  bei schnellen CCDs bevorzugt
    - bei Integration angepaßte Reflexprofile
    - genauere Reflexpositionen (Gitterparameter)
  - ◇ Wide-Scan ( $> 1^\circ$ ): jeder Reflex vollständig auf einem Image
    - weniger Bilder erforderlich  $\mapsto$  bei Image Plates bevorzugt
    - Integration durch Detektor
    - ungenauere Reflexpositionen (Gitterparameter)



# 4. Integration, Datenreduktion

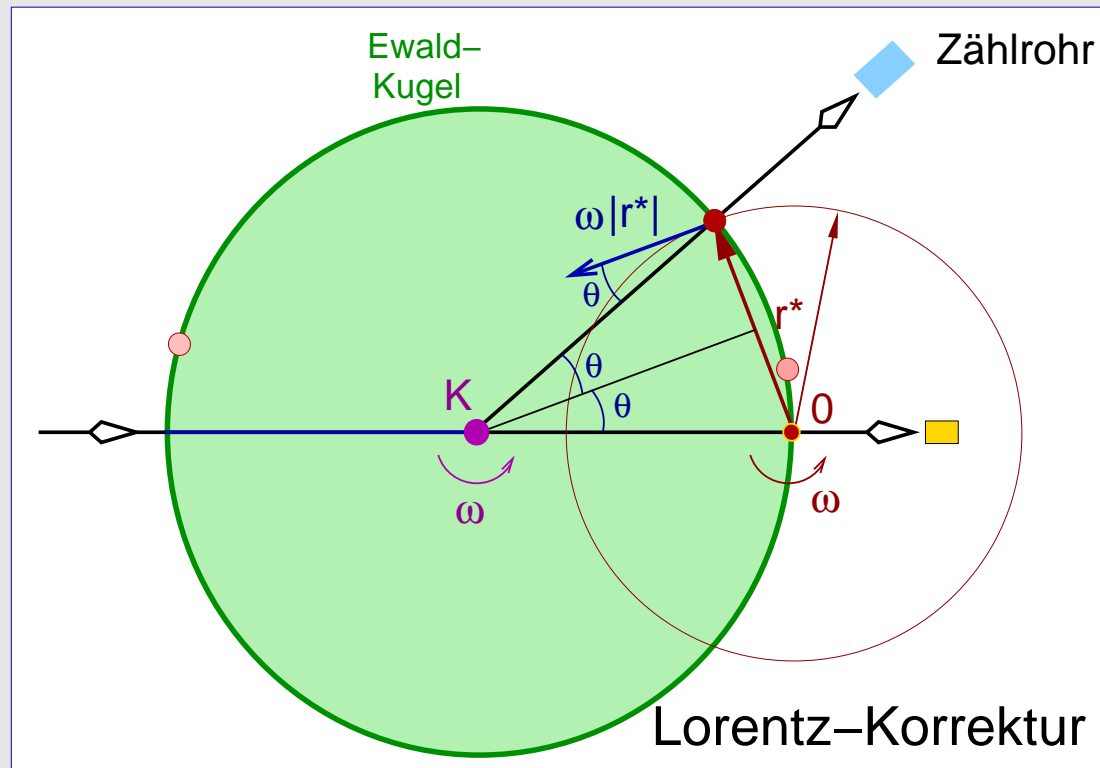
## 4.1. Erfassung integraler Intensitäten

- Integration aller Reflexe auf allen Images (Integrationsellipsoide, Profile, ...)



## 4.2. Lorentz-Korrektur

- Korrektur auf Verweilzeit der Reflexe in 'Reflektions'stellung
- Korrekturfaktor  $L$  proportional zur Zeit, die Reflex in Beugungsposition ist.
- Einfachster Fall: Äquator-Reflexe; Drehung des Kristalls/reziproken Gitters mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$



- Aufenthaltszeit des Reflexes (bei  $\omega = \text{konst.}$ ) kürzer, wenn
  - ◇ reziproker Gittervektor lang
  - ◇ Winkel zwischen Ewald-Kugel-Tangente und der Tangente am Kristall-Drehkreis stumpf



## 4.2. Lorentz-Korrektur (Forts.)

- Für L gilt mit der linearen Geschwindigkeitskomponente  $V_n$  entlang des Kugelradius:

$$L = \frac{\omega}{V_n \lambda}$$

- Die Lineargeschwindigkeit  $V$  des Reflexes ist,

$$V = |\vec{r}^*| \omega$$

- die Komponente  $V_n$  entlang  $r$  der Ewald-Kugel:

$$V_n = |\vec{r}^*| \omega \cos \Theta$$

- Mit der Bragg'schen Gleichung  $|\vec{r}^*| = \frac{1}{d} = \frac{2 \sin \Theta}{\lambda}$  folgt

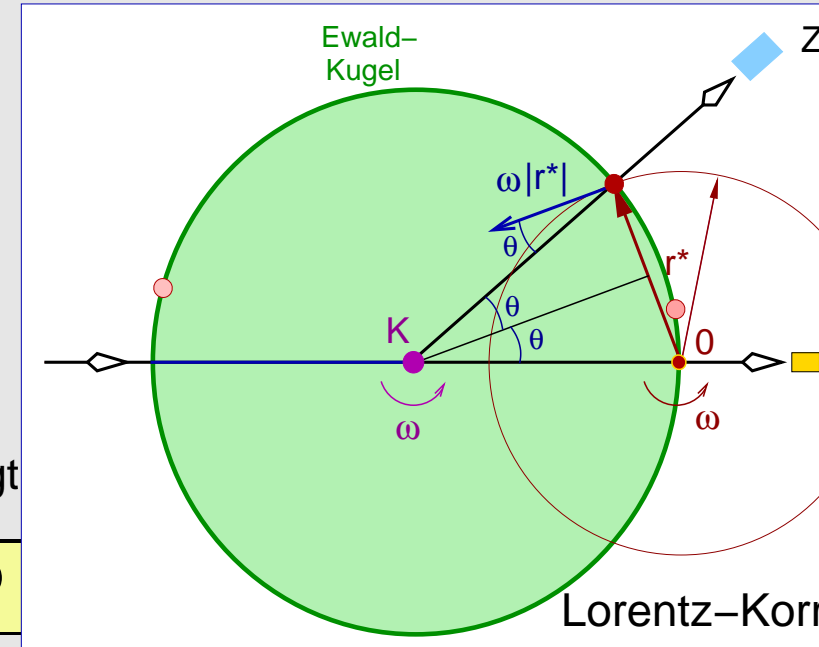
$$V_n = \frac{\omega}{\lambda} \sin \Theta \cos \Theta$$

- und damit:

$$L = \frac{\omega}{V_n \lambda} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin 2\theta}$$

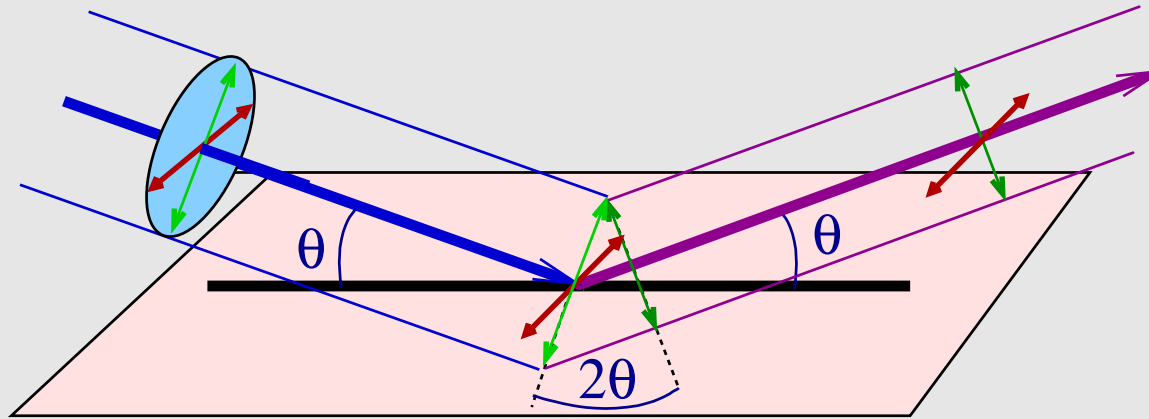
- Konsequenz:

- ◇ L für verschiedene Experimente/Geräte/Scan-Arten ... kompliziert, aber jeweils bekannt und berechenbar
- ◇ Werte für L:  $+\infty$  ( $\Theta = 0^\circ$ ) ... 1 ( $45^\circ$ ) ...  $+\infty$  ( $90^\circ$ )



## 4.3. Polarisations-Korrektur

- einfachster Fall: zirkular polarisierter Primärstrahl



- Amplitude der zirkular polarisierten Strahlung zerlegbar (Verhältnis 1:1) in  $A_{\perp}$  und  $A_{\parallel}$
- $A_{\parallel}$ : unverändert durch Beugung
- $A_{\perp}$ : nur Komponente  $\perp$  Ausfallsrichtung bleibt erhalten

$$\cos 2\theta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{A_{\text{aus}}}{A_{\text{ein}}}$$

- wegen  $I_{\text{aus}} = A_{\text{aus}}^2$  folgt für die senkrechte Komponente:

$$I_{\text{aus}} = I_{\text{ein}} \cos^2 2\theta$$

- und wegen unverändertem  $A_{\parallel}$  insgesamt als Korrekturfaktor:

$$p = \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$$

## 4.3. Polarisations-Korrektur (Forts.)

- !! bei Verwendung von Kristallmonochromatoren
  - ◇ Primärstrahl durch Monochromator bereits teilpolarisiert
  - ◇  $\mapsto$  komplizierte Formeln für  $p$ ,
  - ◇ mit Parametern, die vom Monochromatorkristall (Mosaizität) abhängen.
- Konsequenz der Polarisationskorrektur:
  - ◇ Werte für  $p$ : 1.0 ... 0.5 (bei  $\theta = 45^\circ$ )
- $L_p$ -Gesamtkorrektur gesamt (Produkt):

$$L_p = \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2 \sin 2\theta}$$

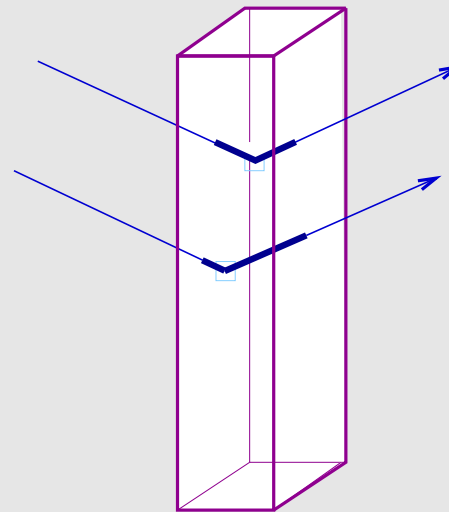
- ◇ Beispiele:
  - ◇  $\theta = 5^\circ \mapsto L_p = 5.67$
  - ◇  $\theta = 20^\circ \mapsto L_p = 1.23$
  - ◇  $\theta = 45^\circ \mapsto L_p = 0.5$
- wegen  $F_{\text{obs}} = \sqrt{\frac{I_{\text{roh}}}{L_p A}}$  werden Hochwinkelreflexe relativ verstärkt (wichtig z.B. für die Bewertung von Auslöschungsbedingungen).

## 4.4. Absorptionskorrektur

- Absorption durch elastische (Rayleigh) und inelastische (Compton)-Streuung, Ionisation
- Korrektur durch Absorptionsfaktor  $A$  nach Lambert-Beer:

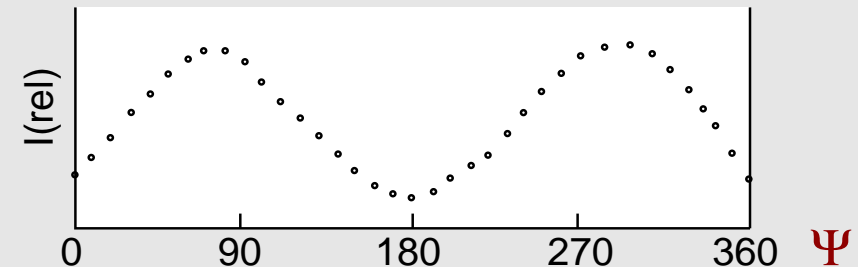
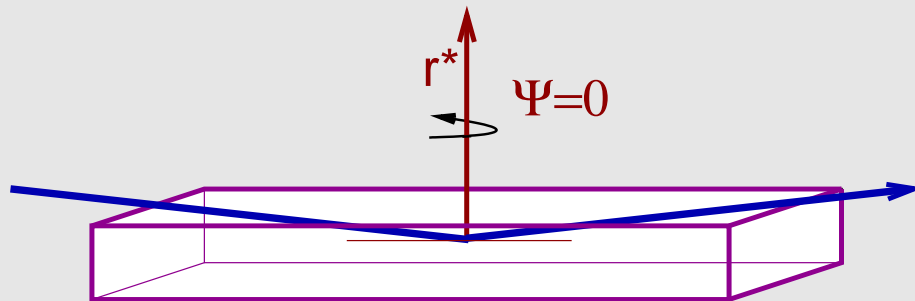
$$A = e^{-\mu d}$$

- $A$  hängt ab von
  - ◇ Massenschwächungskoeffizienten  $\mu$  der enthaltenen Elemente
    - ↳  $A$  steigt ca. mit (Ordnungszahl)<sup>4</sup>
    - ↳  $A$  steigt ca. mit  $\lambda^3$  (d.h. Cu:Mo wie ca. 8:1)
  - ◇ Weglänge  $d$  der Strahlung (ein/aus) durch Kristall
- Korrekturen:
  - ◇ nur  $\circ$ -Kristalle verwenden
  - ◇ numerisch: bei bekannter Kristall-Form/Abmessungen/Orientierung auf dem Diffraktometer
    - ↳ Addition über alle Volumeninkremente



## 4.4. Absorptionskorrektur (Forts.)

- Korrekturen (Forts.):
  - ◇ empirisch mit  $\Psi$ -Scans
    - I einiger ausgewählter Reflexe bei vielen  $\Psi$ -Winkeln (z.B. alle  $10^\circ$ ) vermessen
    - daraus Absorptionsprofil des Kristalls berechnen
    - (i.A. nur bei Vierkreisdiffraktometern möglich)



- ◇ empirisch mit multiscan-Methode:
  - ähnlich  $\Psi$ -Scans, aber
  - vorhandene Redundanz der Daten wird zur Anpassung des Absorptionsprofils genutzt
  - (nur bei hohen Redundanzen, z.B. Flächenzählerdaten, besonders bei hoher Symmetrie, s.u.)
- ◇ Optimierung ausgewählter Kristallformen auf Basis von Redundanzen (XSHAPE)
- ◇ Modellabhängige Korrekturen auf Basis  $F_{\text{obs}} - F_{\text{calc}}$  (DIFABS)

# Zusammenfassung Integration/Datenreduktion

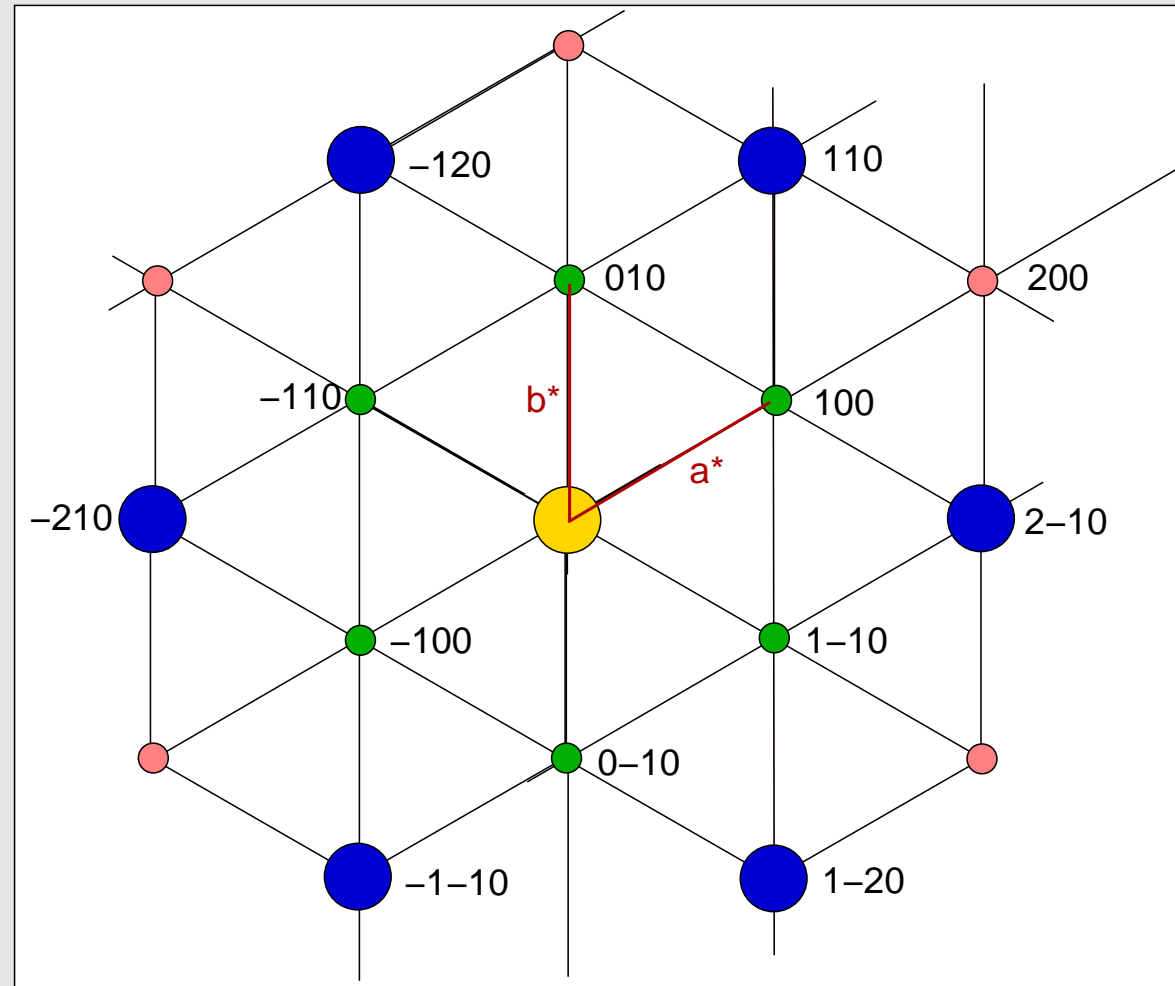
- überwiegend Software der Diffraktometerhersteller (Was hinter meiner Software steckt  $\mapsto$  ?)
- Integration: Erfassen der integralen Intensitäten aller gemessenen Reflexe (Profile, Scans, Untergrund, Meßzeiten, Attenuator, usw.)
- Lorentz- und Polarisationskorrektur
- Absorptionskorrektur
- ggf. Zerfallskorrektur
- $\mapsto$  Ergebnis ...

# ↳ 'hkl-Datei'

## Gitterkonstanten und ...

-1	0	0	127.67	7.74	0
-1	1	0	164.69	20.47	0
1	-1	0	150.86	19.70	0
0	1	0	141.06	15.97	0
-1	1	0	128.60	8.67	0
0	-1	0	116.54	15.66	0
1	-1	0	129.20	8.76	0
1	0	0	128.67	9.12	0
1	0	0	130.77	8.47	0
-1	0	0	125.69	9.19	0
1	-2	0	8378.33	19.27	0
-2	1	0	9999.99	17.43	0
-2	1	0	8797.08	16.48	0
2	-1	0	9471.04	19.29	0
2	-1	0	8080.88	14.42	0
-1	2	0	9086.26	29.30	0
1	1	0	8781.39	17.79	0
-1	2	0	7946.62	18.97	0
-1	-1	0	8867.95	18.65	0
2	0	0	117.59	6.31	0
0	2	0	114.25	9.80	0
-2	0	0	116.43	4.99	0

.....

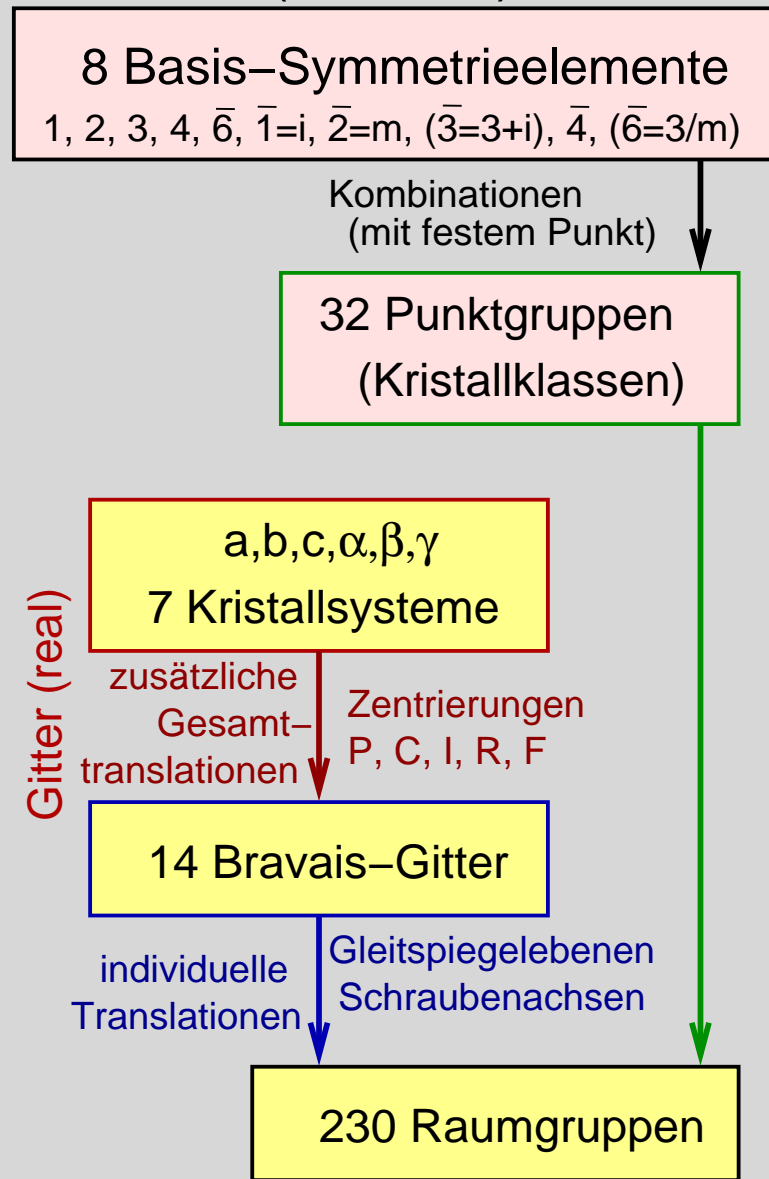


# 5. Symmetrie im reziproken Raum



# 5.1. Symmetrie im realen Raum (Wdh.)

## Realraum (Struktur)



Punktsymmetrie

Translations-S.

## 5.1. Symmetrie des reziproken Gitters (ohne I/F)

- Das nicht (!) intensitätsgewichtete reziproke Gitter ist translationssymmetrisch:
  - ◇ Gitterparameter:  $a^*$ ,  $b^*$ ,  $c^*$ ,  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ ,  $\gamma^*$
  - ◇ ggf. spezielle Metrik (aufgrund von Symmetrie, s.u.)
  - ◇ Zuordnung zu einem der 7 Kristallsysteme (analog Realraum);  
(Indizierung  $\mapsto$  primitive reziproke Gittervektoren)

# 5.1. Symmetrie im realen und reziproken Raum

## Realraum (Struktur)

8 Basis-Symmetrieelemente

$1, 2, 3, 4, \bar{6}, \bar{1}=i, \bar{2}=m, (\bar{3}=3+i), \bar{4}, (\bar{6}=3/m)$

Kombinationen  
(mit festem Punkt)

32 Punktgruppen  
(Kristallklassen)

$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$

7 Kristallsysteme

zusätzliche  
Gesamt-  
translationen

Zentrierungen  
P, C, I, R, F

14 Bravais-Gitter

individuelle  
Translationen

Gleitspiegelebenen  
Schraubenachsen

230 Raumgruppen

Gitter (real)

$1/d$

$a^*, b^*, c^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$   
7 Kristallsysteme

Gitter (reziprok)

reziproker Raum

Punktsymmetrie

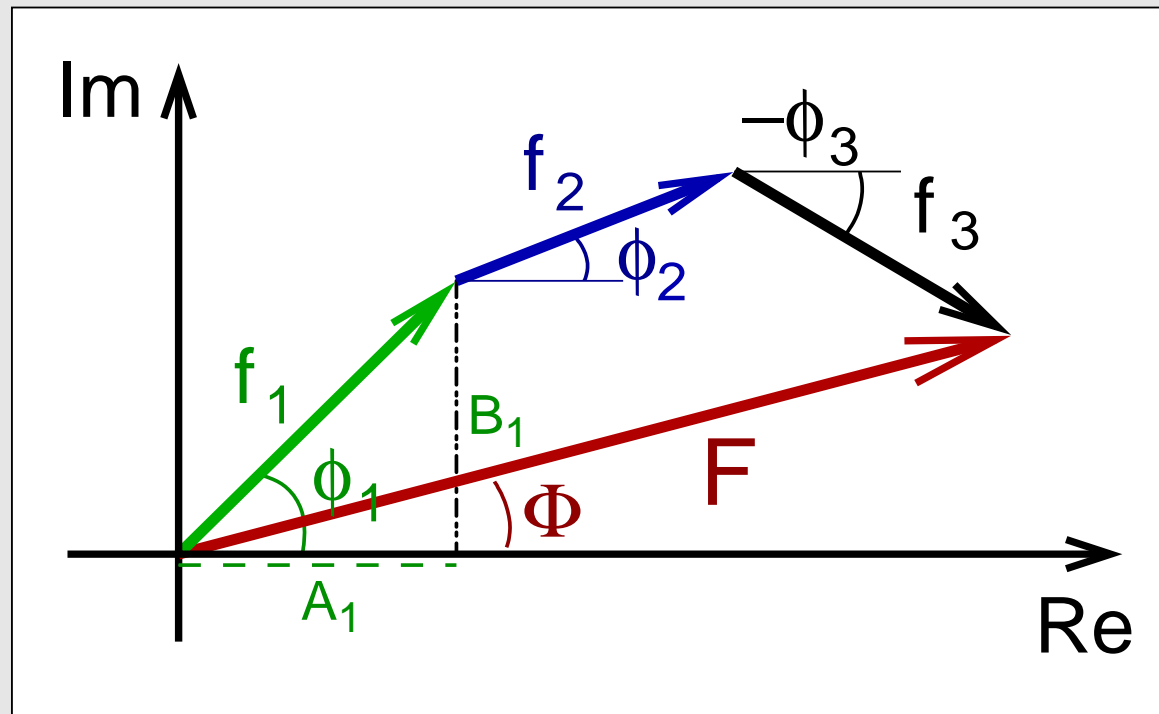
Translations-S.

## 5.2. Intensitäten (Wdh.)

- Im intensitätsgewichteten reziproken Gitter (Beobachtung!) hat jeder Reflex  $\vec{h}$  eine Intensität, die sich aus dem Betragsquadrat des Strukturfaktors ergibt:

$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j e^{2\pi i(\vec{h}\vec{x}_j)} = \sum_{j=1}^N f_j \left[ \underbrace{\cos(2\pi\vec{h}\vec{x}_j)}_{A_j} + i \underbrace{\sin(2\pi\vec{h}\vec{x}_j)}_{B_j} \right] = \sum_{j=1}^N f_j (A_j + iB_j)$$

- $\sum_{j=1}^N$  am besten in Gauß'scher Zahlenebene darstellbar (3 Atome):



- messbar nur  $I_{\vec{h}} = |F_{\vec{h}}|^2$  (Quadrat der Amplitude, anschaulich: Quadrat der Länge von F)

# 5.1. Friedel'sches Gesetz



Jaques Friedel

unabhängig von der Symmetrie der Struktur gilt das Friedel'sche Gesetz:

Das intensitätsgewichtete reziproke Gitter ist zentrosymmetrisch.

Beweis: Vergleich von  $I_{\vec{h}} = |F_{\vec{h}}|^2$  und  $I_{-\vec{h}} = |F_{-\vec{h}}|^2$

- Strukturfaktor des Reflexes  $\vec{h}$  ( $h, k, l$ ):

$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j e^{2\pi i(\vec{h}\vec{x}_j)} = \sum_{j=1}^N f_j \left[ \underbrace{\cos(2\pi\vec{h}\vec{x}_j)}_{A_j} + i \underbrace{\sin(2\pi\vec{h}\vec{x}_j)}_{B_j} \right] = \sum_{j=1}^N f_j (A_j + iB_j)$$

- und des 'Gegen'-Reflexes  $-\vec{h}$  ( $\bar{h}, \bar{k}, \bar{l}$ ):

$$F_{-\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j e^{2\pi i(-\vec{h}\vec{x}_j)} = \sum_{j=1}^N f_j [\cos(-2\pi\vec{h}\vec{x}_j) + i \sin(-2\pi\vec{h}\vec{x}_j)]$$

- wegen  $\cos \phi = \cos(-\phi)$  (Spiegelsymmetrie) und  $\sin(-\phi) = -\sin \phi$  (Inversionssymmetrie) folgt:

$$F_{-\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j \left[ \underbrace{\cos(2\pi\vec{h}\vec{x}_j)}_{A_j} - i \underbrace{\sin(2\pi\vec{h}\vec{x}_j)}_{B_j} \right] = \sum_{j=1}^N f_j (A_j - iB_j)$$

# 5.1. Friedel'sches Gesetz: Erklärung in der Gauß'schen Zahlenebene

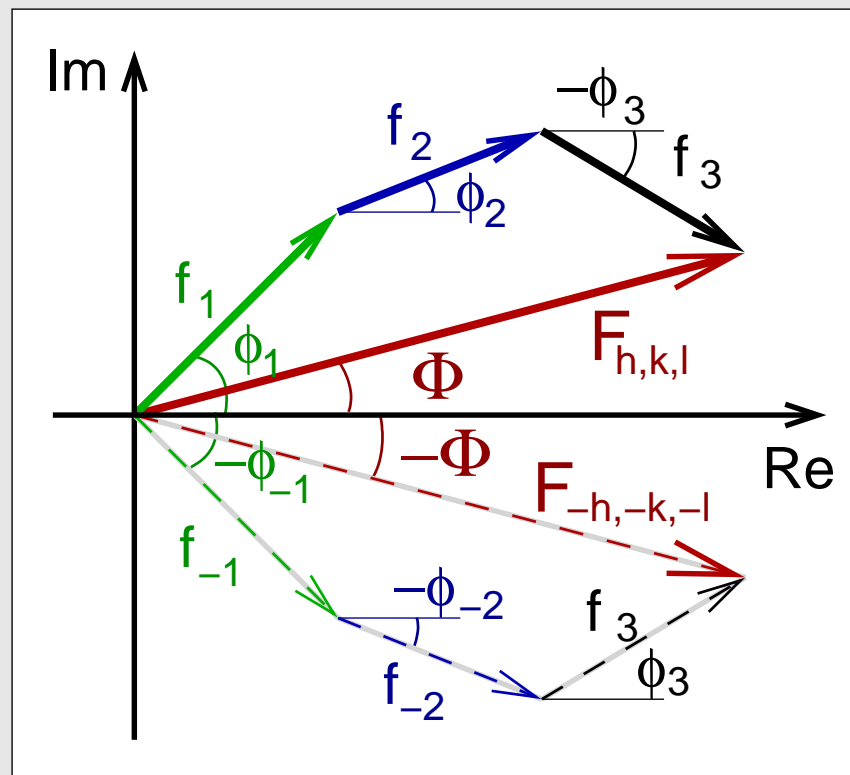
- Die Strukturfaktoren von  $\vec{h}$

$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j (A_j + iB_j) = \sum_{j=1}^N f_j A_j + i \sum_{j=1}^N f_j B_j$$

- und  $-\vec{h}$

$$F_{-\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j (A_j - iB_j) = \sum_{j=1}^N f_j A_j - i \sum_{j=1}^N f_j B_j$$

- unterscheiden sich nur im Vorzeichen des Phasenwinkels.
- gemessen wird  $I = |F|^2$ , das Quadrat der Länge von F in der komplexen Zahlenebene:



# 5.1. Friedel'sches Gesetz: Erklärung für die Mathematik-Freunde

- Die Strukturfaktoren von  $\vec{h}$

$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j (A_j + iB_j) = \underbrace{\sum_{j=1}^N f_j A_j}_{\alpha} + i \underbrace{\sum_{j=1}^N f_j B_j}_{\beta} = \alpha + i\beta$$

- und  $-\vec{h}$

$$F_{-\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j (A_j - iB_j) = \underbrace{\sum_{j=1}^N f_j A_j}_{\alpha} - i \underbrace{\sum_{j=1}^N f_j B_j}_{\beta} = \alpha - i\beta$$

- sind konjugiert komplex (Unterschied nur im Vorzeichen des Imaginärteils).
- Für den Betrag einer komplexen Zahl gilt (Bronstein, S. 559)

$$|a| = \sqrt{a\bar{a}} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

- Daraus folgt für die komplexen Zahlen F:

$$|F_{\vec{h}}| = |F_{-\vec{h}}| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad \text{und} \quad |F_{\vec{h}}|^2 = |F_{-\vec{h}}|^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (\text{Pythagoras})$$

# 5.1. Symmetrie im realen und reziproken Raum

## Realraum (Struktur)

8 Basis-Symmetrieelemente

$1, 2, 3, 4, \bar{6}, \bar{1}=i, \bar{2}=m, (\bar{3}=3+i), \bar{4}, (\bar{6}=3/m)$

Kombinationen  
(mit festem Punkt)

32 Punktgruppen  
(Kristallklassen)

$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$

7 Kristallsysteme

zusätzliche  
Gesamt-  
translationen

Zentrierungen  
P, C, I, R, F

14 Bravais-Gitter

individuelle  
Translationen

Gleitspiegelebenen  
Schraubenachsen

230 Raumgruppen

Punktsymmetrie

Translations-S.

## reziproker Raum

11 Laueklassen

$1/d$

$a^*, b^*, c^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$   
7 Kristallsysteme

Gitter (reziprok)

Gitter (real)



## 5.2. Zentrosymmetrische Strukturen

- Zentrosymmetrie:  $x, y, z \leftrightarrow -x, -y, -z$

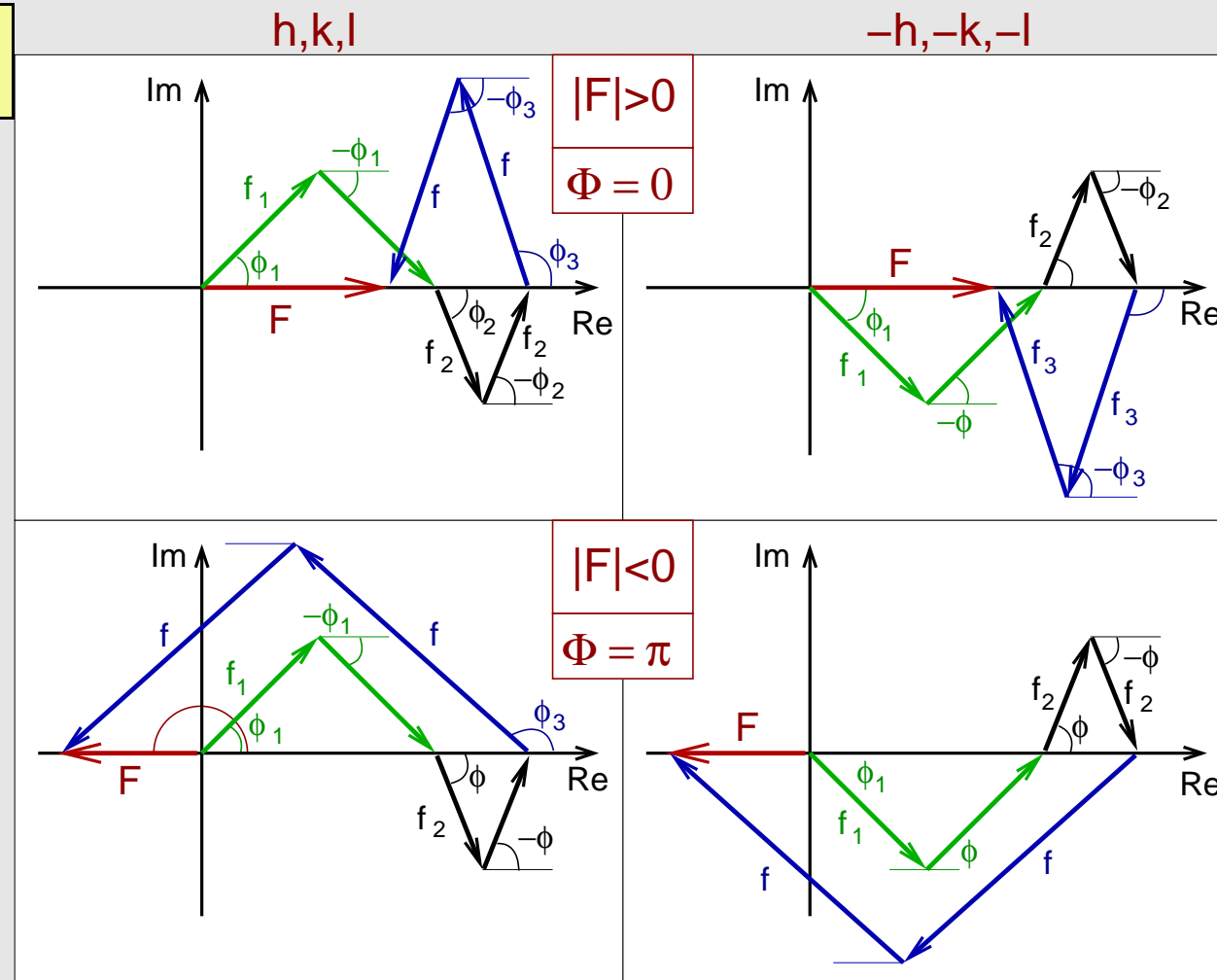
$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j e^{2\pi i(\vec{h}\vec{x}_j)} = \sum_{j=1}^{N/2} f_j [e^{2\pi i(\vec{h}\vec{x}_j)} + e^{2\pi i(-\vec{h}\vec{x}_j)}]$$

- mit  $2\pi(\vec{h}\vec{x}_j) = \phi_j$  und  $e^{\pm i\phi} = \cos \phi \pm i \sin \phi$  folgt

$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^{N/2} f_j [\cos \phi_j + i \sin \phi_j + \cos \phi_j - i \sin \phi_j]$$

$$F_{\vec{h}} = 2 \sum_{j=1}^{N/2} f_j \cos \phi_j$$

- der Imaginärteil entfällt
- $\Phi = 0$  oder  $\pi$
- Phasen  $\mapsto$  Vorzeichen



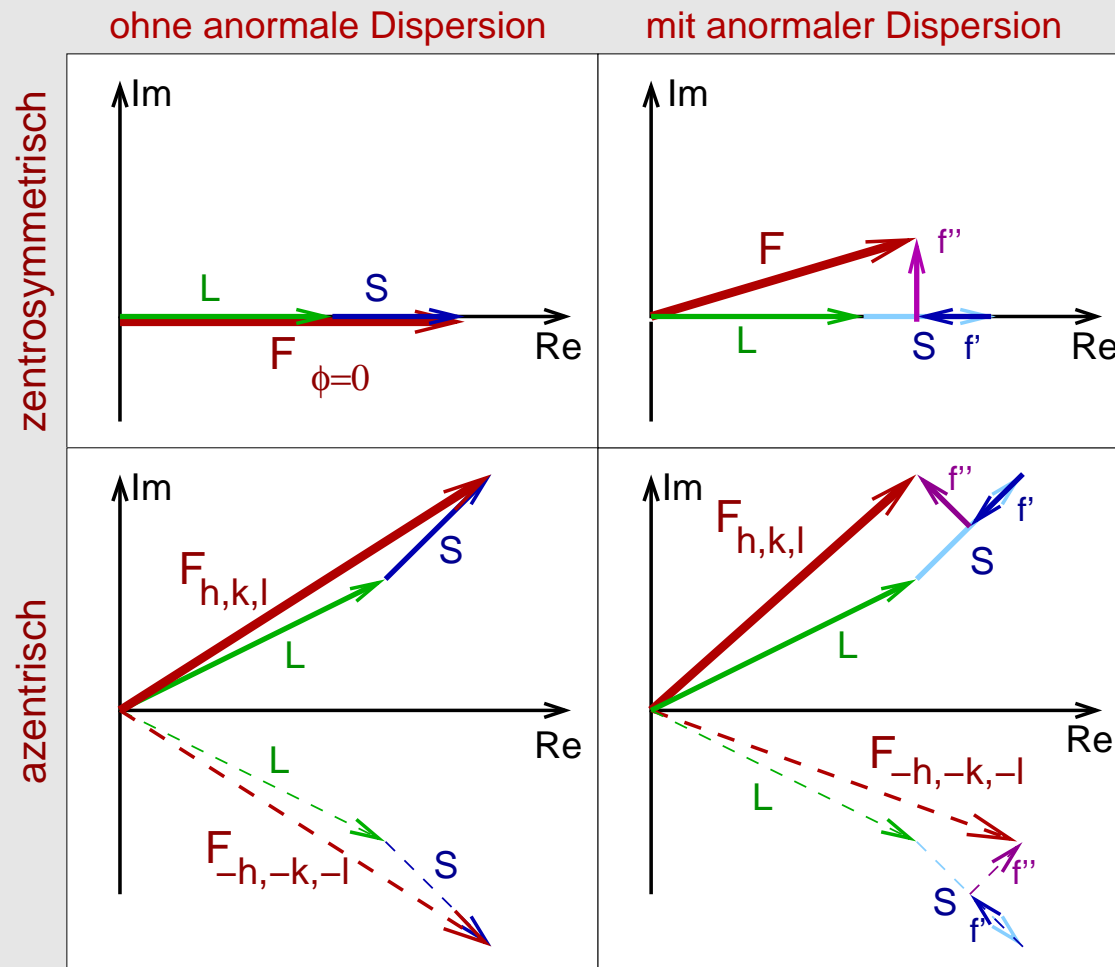
## 5.2. Resonante Streuung (Anomale Dispersion)

- wenn  $\lambda$  energetisch etwas oberhalb einer Absorptionskante eines Elementes der Struktur
- $\mapsto$  Röntgenstrahlen bewirken Ionisation dieses Elementes
- $\mapsto$  zusätzliche Anteile zum Atomformfaktor  $f_o$ :

$$f_o^{\text{anom.}} = f_o + \Delta f' + i\Delta f''$$

- ◊ Realteil  $\Delta f'$ :  $\oplus$  oder meist  $\ominus$
- ◊ Imaginärteil:  $\Delta f''$ : immer  $\oplus$
- $\Delta f$  weitgehend unabhängig von  $\sin \theta$ , da innere Elektronen beteiligt
- $\mapsto$  besonders Hochwinkelreflexe betroffen

## 5.2. Resonante Streuung (Anomale Dispersion)



L: alle 'Leichtatome'

S: Schweratom

- Auswirkungen:
  - ◇ zentrosymmetrische Strukturen:
    - Phasen  $\phi$  weichen von  $0/\pi$  ab
    - Friedel'sches Gesetz gilt weiterhin
  - ◇ azentrische Strukturen:
    - Abweichung vom Friedel'schen Gesetz
- ab 3. Periode (S, Cl) bereits zuverlässige Aussagen zur absoluten Struktur möglich ( $\rightarrow$  H. Flack)

## 5.2. Symmetrie im realen und reziproken Raum: Laueklassen

### Realraum (Struktur)

8 Basis-Symmetrieelemente

$1, 2, 3, 4, \bar{6}, \bar{1}=i, \bar{2}=m, (\bar{3}=3+i), \bar{4}, (\bar{6}=3/m)$

Kombinationen  
(mit festem Punkt)

32 Punktgruppen  
(Kristallklassen)

$+ \bar{1}$

11 Laueklassen

$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$

7 Kristallsysteme

zusätzliche  
Gesamt-  
translationen

Zentrierungen  
P, C, I, R, F

14 Bravais-Gitter

individuelle  
Translationen

Gleitspiegelebenen  
Schraubenachsen

230 Raumgruppen

Gitter (real)

### reziproker Raum

$a^*, b^*, c^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$   
7 Kristallsysteme

$1/d$

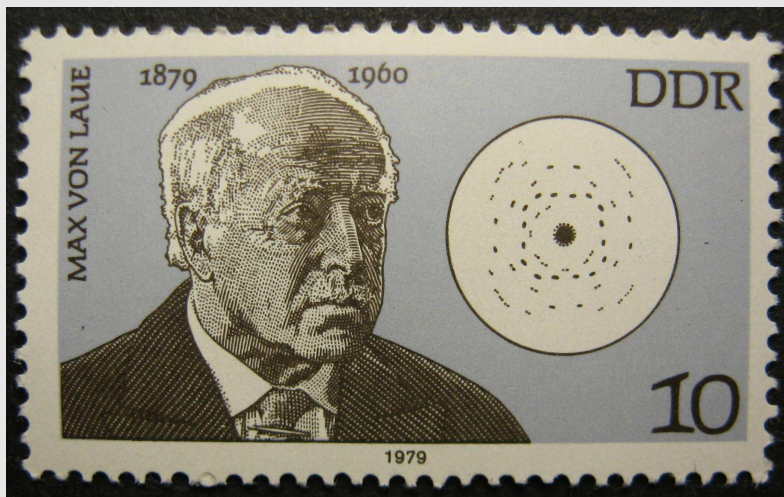
Gitter (reziprok)

Punktsymmetrie

Translations-S.

## 5.2. Laueklassen

Kristallsystem	Kristallklasse	Lauegruppe
triklin	$1, \bar{1}$	$\bar{1}$
monoklin	$2, m, 2/m$	$2/m$
orthorhombisch	$222, mm2, mmm$	$mmm$
tetragonal	$4, \bar{4}, 4/m$ $422, \bar{4}2m, 4mm, 4/mmm$	$4/m$ (niedrig) $4/mmm$ (hoch)
trigonal	$3, \bar{3}$ $321, 3m1, \bar{3}m1$ $311, 31m, \bar{3}1m$	$\bar{3}$ (niedrig) $\bar{3}m1$ (hoch) $\bar{3}1m$ (hoch)
hexagonal	$6, \bar{6}, 6/m$ $622, \bar{6}2m, 6mm, 6/mmm$	$6/m$ (niedrig) $6/mmm$ (hoch)
kubisch	$23, m\bar{3}$ $432, \bar{4}3m, m\bar{3}m$	$m\bar{3}$ (niedrig) $m\bar{3}m$ (hoch)

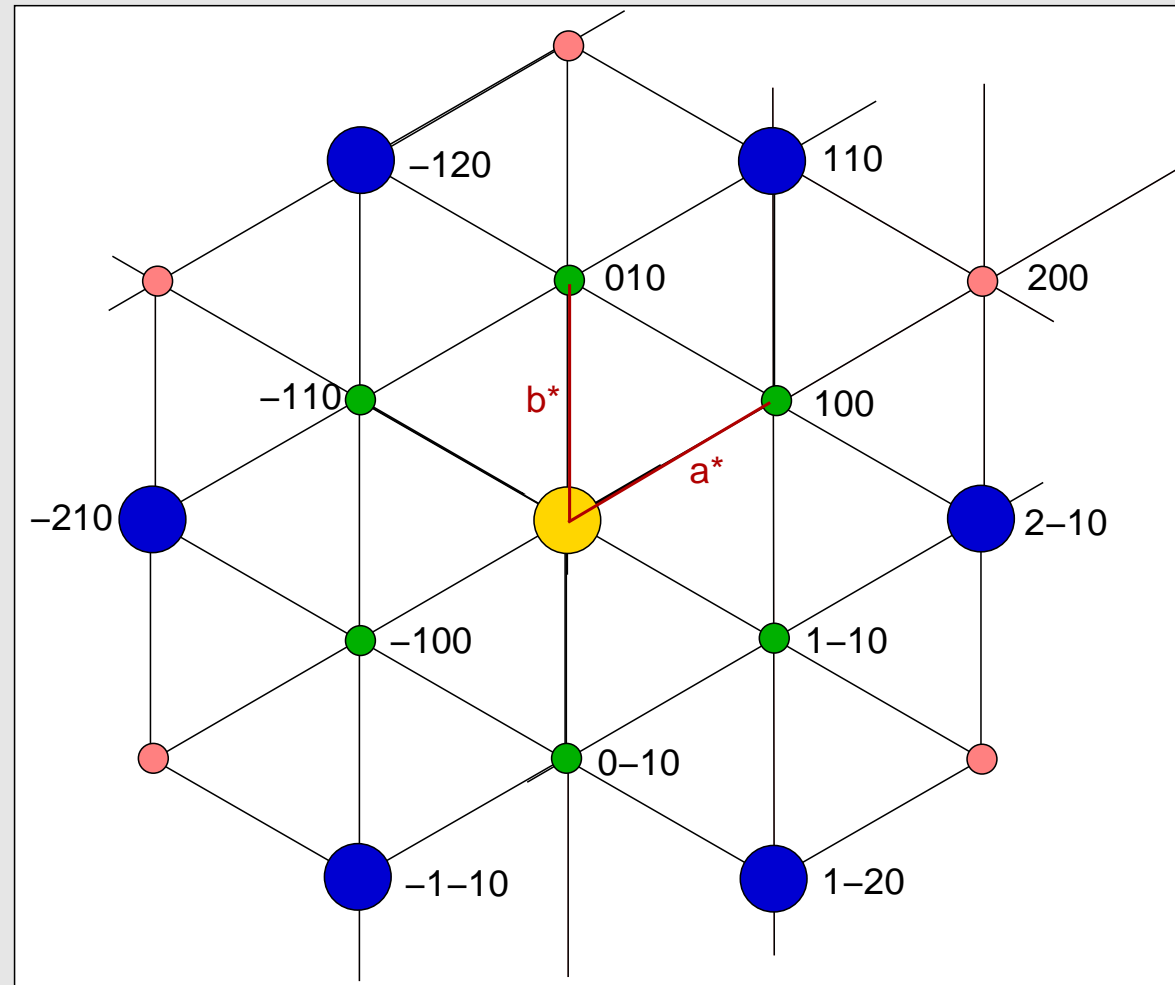


Max v. Laue, inkl. Experiment

## 5.2. Laueklassen: Beispiel

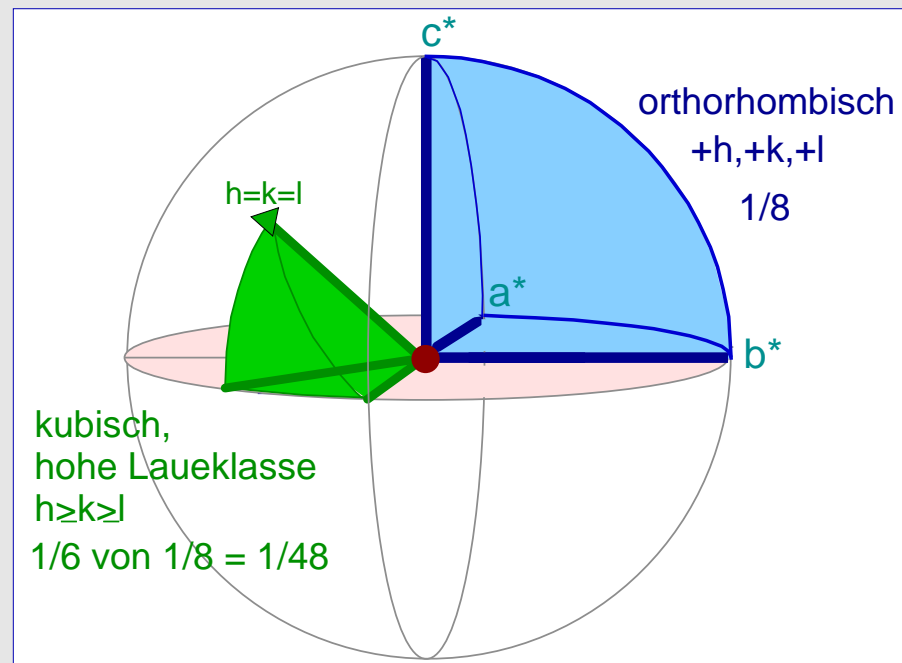
-1	0	0	127.67	7.74	0
-1	1	0	164.69	20.47	0
1	-1	0	150.86	19.70	0
0	1	0	141.06	15.97	0
-1	1	0	128.60	8.67	0
0	-1	0	116.54	15.66	0
1	-1	0	129.20	8.76	0
1	0	0	128.67	9.12	0
1	0	0	130.77	8.47	0
-1	0	0	125.69	9.19	0
1	-2	0	8378.33	19.27	0
-2	1	0	9999.99	17.43	0
-2	1	0	8797.08	16.48	0
2	-1	0	9471.04	19.29	0
2	-1	0	8080.88	14.42	0
-1	2	0	9086.26	29.30	0
1	1	0	8781.39	17.79	0
-1	2	0	7946.62	18.97	0
-1	-1	0	8867.95	18.65	0
2	0	0	117.59	6.31	0
0	2	0	114.25	9.80	0
-2	0	0	116.43	4.99	0

.....



## 5.2. Laueklassen

- Punktsymmetrie des/im Kristall  $\mapsto$  Punktsymmetrie im reziproken Raum
- wegen Friedel'schem Gesetz  $\mapsto$  11 (Laueklassen) statt 32 (Kristallklassen) Punktgruppen
- analog Realraum  $\mapsto$  asymmetrische Einheit  $\mapsto$  enthält bereits sämtliche I-Informationen
  - ◇ triklin: 1/2; monoklin: 1/4;



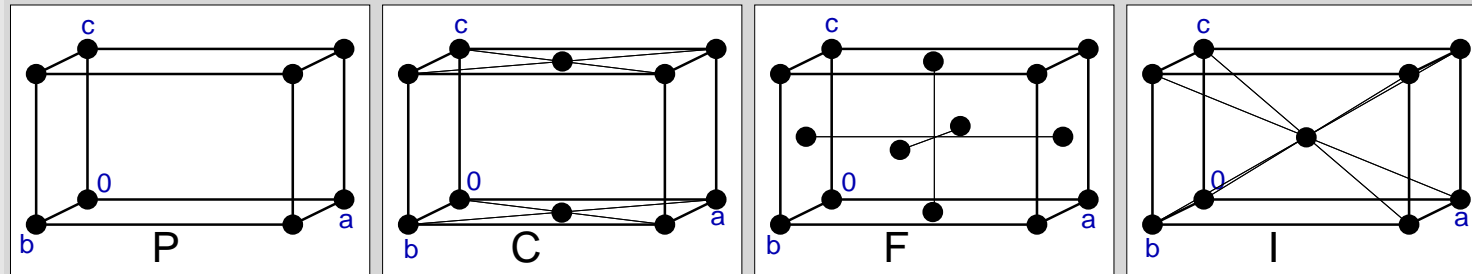
- ◇ orthorhombisch: 1/8 (ein Oktant) ... kubisch, hohe Laueklasse: 1/48
- Test auf Laueklasse (MERGE EQUIVALENTS)

$$R_{\text{int}} = \frac{\sum |F_{\text{obs}}^2 - F_{\text{obs}}^2(\text{gemittelt})|}{\sum F_{\text{obs}}^2}$$

- für die Datensammlung: Redundanz (REDUNDANCY)

## 5.3. Auslöschungsbedingungen I: Integrale Auslöschungen

- Gesamtzentrierung der Gitter (Realraum)



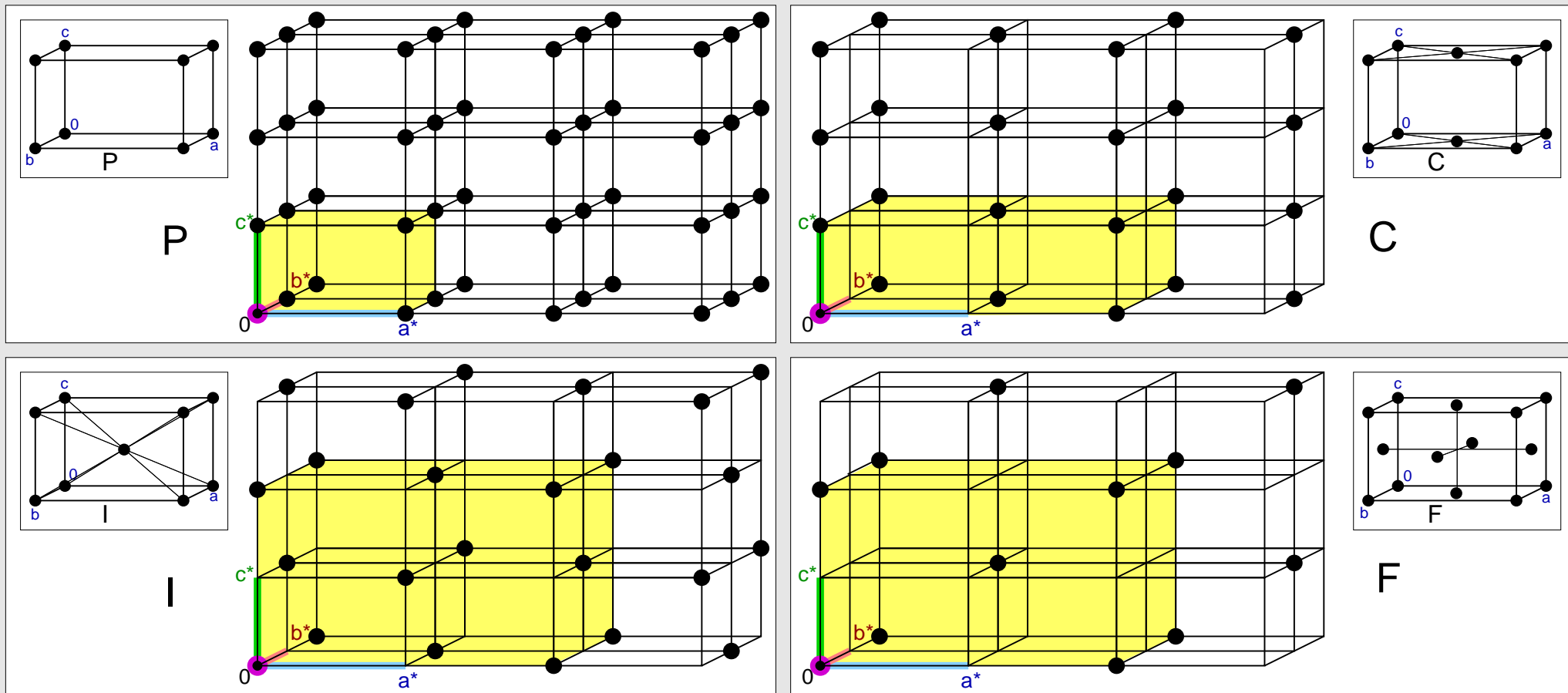
- $\mapsto$  integrale Auslöschungen (gültig für alle Reflexe  $h,k,l$ )

Symbol		zusätzliche Atompositionen	Bedingung für das Auftreten von Reflexen
P	primitiv	-	-
C	2 fach primitiv	$x + \frac{1}{2}, y + \frac{1}{2}, z$	$h+k=2n$
I	2 fach primitiv	$x + \frac{1}{2}, y + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}$	$h+k+l=2n$
F	4 fach primitiv	$x + \frac{1}{2}, y + \frac{1}{2}, z$ $x + \frac{1}{2}, y, z + \frac{1}{2}$ $x, y + \frac{1}{2}, z + \frac{1}{2}$	$h+k=2n$ $h+l=2n$ $k+l=2n$
R	3 fach primitiv	$x + \frac{1}{3}, y + \frac{2}{3}, z + \frac{2}{3}$ $x + \frac{2}{3}, y + \frac{1}{3}, z + \frac{1}{3}$	$-h+k+l=3n$

- Beweis: Einsetzen in Strukturfaktoren (s.u. für etwas Einfacheres)
- Bravais-Gitter auch im reziproken Raum



# 5.3. Auslöschungsbedingungen I: Integrale Auslöschungen



# 5.3. Symmetrie im realen und reziproken Raum

## Realraum (Struktur)

8 Basis-Symmetrieelemente  
 $1, 2, 3, 4, \bar{6}, \bar{1}=i, \bar{2}=m, (\bar{3}=3+i), \bar{4}, (\bar{6}=3/m)$

Kombinationen  
(mit festem Punkt)

32 Punktgruppen  
(Kristallklassen)

$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$   
7 Kristallsysteme

Gitter (real)

zusätzliche  
Gesamt-  
translationen  
Zentrierungen  
P, C, I, R, F

14 Bravais-Gitter

individuelle  
Translationen  
Gleitspiegelebenen  
Schraubenachsen

230 Raumgruppen

Punktsymmetrie

Translations-S.

## reziproker Raum

11 Laueklassen

$+ \bar{1}$

$a^*, b^*, c^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$   
7 Kristallsysteme

Gitter (reziprok)

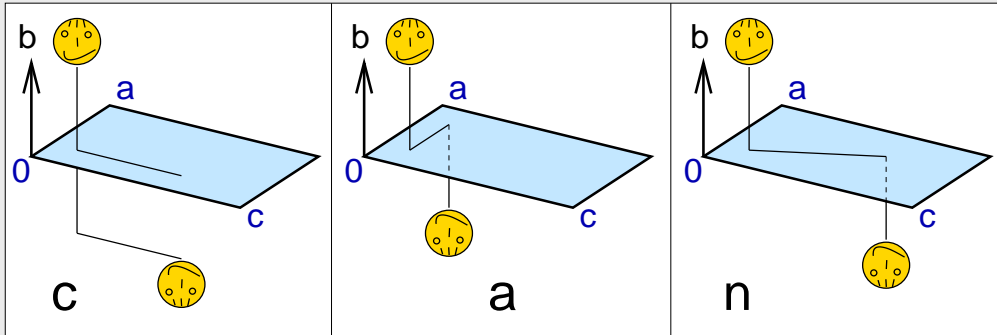
integrale  
Auslöschungen

14 Bravais-Gitter

$1/d$

## 5.3. Auslöschungsbedingungen II: Zonale und serielle Auslöschungen

- alle weiteren Symmetrieelemente mit Translationskomponenten, d.h.
  - ◇ Gleitspiegelebenen (a, b, c, n, d)



- ◇ Schraubenachsen ( $n_m$ , z.B.  $2_1$ ,  $3_1$  usw.)
- erzeugen weitere Auslöschungen:
  - ◇ zonale Auslöschungsbedingungen für Gleitspiegelebenen, z.B. für Äquator-Reflexe  $0kl$ :
    - $k + l = 2n \mapsto n \perp \vec{a}$
    - $k = 2n \mapsto b \perp \vec{a}$
    - $l = 2n \mapsto c \perp \vec{a}$
  - ◇ serielle Auslöschungsbedingungen für Schraubenachsen, z.B. für Achs-Reflexe  $00l$ :
    - $l = 2n \mapsto 2_1$  bzw.  $4_2$  bzw.  $6_3 \parallel \vec{c}$
    - $l = 3n \mapsto 3_1$  bzw.  $6_2 \parallel \vec{c}$
    - $l = 4n \mapsto 4_1 \parallel \vec{c}$
    - $l = 6n \mapsto 6_1 \parallel \vec{c}$
- vollständige Liste s. I.T.; rechte Spalte bei jeder Raumgruppe

## 5.3. Serielle Auslöschungen: Beispiel Gleitspiegelebene $c \perp \vec{b}$

- $c \perp \vec{b}$ :  $x, y, z \leftrightarrow x, -y, z + \frac{1}{2}$

- der Strukturfaktor kann damit unterteilt werden:

$$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j e^{2\pi i(\vec{h}\vec{x}_j)} = \sum_{j=1}^{N/2} f_j [e^{2\pi i(hx+ky+lz)} + e^{2\pi i\{hx-ky+l(z+\frac{1}{2})\}}]$$

- für  $k=0$  ( $h0l$ -Reflexe) lässt sich vereinfachen:

$$F_{h0l} = \sum_{j=1}^{N/2} f_j [(e^{2\pi ihx} e^{2\pi ilz}) (1 + \underbrace{e^{\pi il}}_{-1?})]$$

- $F_{h0l}$  wird 0, wenn  $e^{\pi il} = -1$  ist.
- Wegen  $e^{\pi il} = \cos \pi l + i \sin \pi l$
- ist dies für ungeradzahlige  $l$  erfüllt, da
  - ◇  $\cos l\pi = -1$
  - ◇  $\sin l\pi = 0$
- und damit  $e^{\pi il} = -1$  und  $F_{h0l} = 0$ .

# 5.3. Auslöschungsbedingungen: Eintrag in den I.T.

Cmca

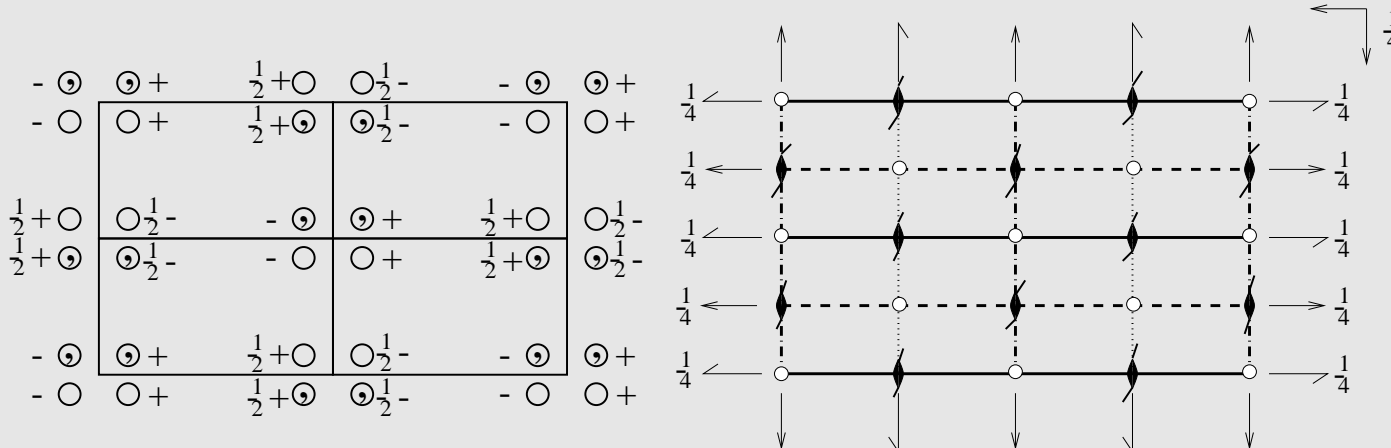
Orthorhombic

mmm

C 2/m 2/c 2<sub>1</sub>/a

No. 64

D<sub>2h</sub><sup>18</sup>



Origin at centre (2/m)

Number of positions,  
Wyckoff notation,  
and point symmetry

Co-ordinates of equivalent positions

Conditions limiting  
possible reflections

16    g                    1                     $(0,0,0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)+$   
 $x, y, z; x, \bar{y}, \bar{z}; x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z; x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - z;$   
 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{x}, y, z; \bar{x}, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - z; \bar{x}, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z.$

hkl:  $h+k=2n$   
 Okl:  $(k=2n)$   
 h0l:  $l=2n; (h=2n)$   
 hk0:  $h=2n; (k=2n)$   
 h00:  $(h=2n)$   
 Ok0:  $(k=2n)$   
 00l:  $(l=2n)$

## 5.3. Auslöschungsbedingungen: Eintrag in den I.T.

Orthorhombic

mmm

C 2/m 2/c 2<sub>1</sub>/a

No. 64

D<sub>2h</sub><sup>18</sup>

Origin at centre (2/m)

Number of positions,  
Wyckoff notation,  
and point symmetry

Co-ordinates of equivalent positions

Conditions limiting  
possible reflections

(0,0,0;  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0$ )+

16    g                    1                     $x, y, z; x, \bar{y}, \bar{z}; x, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z; x, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - z;$   
 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}; \bar{x}, y, z; \bar{x}, \frac{1}{2} + y, \frac{1}{2} - z; \bar{x}, \frac{1}{2} - y, \frac{1}{2} + z.$

hkl:  $h+k=2n$

0kl:  $(k=2n)$

h0l:  $l=2n; (h=2n)$

hk0:  $h=2n; (k=2n)$

h00:  $(h=2n)$

0k0:  $(k=2n)$

00l:  $(l=2n)$

Special: as above, plus

no extra conditions

8    f                    m                     $0, y, z; 0, \bar{y}, \bar{z}; \frac{1}{2}, y, \frac{1}{2} - z; \frac{1}{2}, \bar{y}, \frac{1}{2} + z.$

hkl:  $h=2n; (k=2n)$

8    e                    2                     $\frac{1}{4}, y, \frac{1}{4}; \frac{3}{4}, \bar{y}, \frac{3}{4}; \frac{3}{4}, y, \frac{1}{4}; \frac{1}{4}, \bar{y}, \frac{3}{4}.$

hkl:  $k+l=2n; (l+h=2n)$

8    d                    2                     $x, 0, 0; \bar{x}, 0, 0; x, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \bar{x}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}.$

hkl:  $h, l=2n; (k=2n)$

8    c                     $\bar{1}$                      $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0; \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}; \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2};$

4    b                    2/m                     $\frac{1}{2}, 0, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

4    a                    2/m                     $0, 0, 0; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}.$

## 5.3. Auslöschungsbedingungen: Beispiel einer Analyse

---

2448 hkl - Reflexe	19 h00 - Reflexe
247 0kl - Reflexe	10 0k0 - Reflexe
278 h0l - Reflexe	30 00l - Reflexe
187 hk0 - Reflexe	154 hhl - Reflexe

---

Interferenzbedingung		verletzt staerker als					Beugungs- symbol
		0sig	2sig	4sig	6sig	8sig	
Reflexe	nur vorh. f.						
hkl	$h+k+l=2n$	1190	1044	962	891	835	I - - -
	$h+l=2n$	1172	1032	953	884	831	B - - -
	$h+k=2n$	1166	1027	951	896	844	C - - -   F
	$h+l=2n$	1168	1023	946	882	821	A - - -
h00	$h=2n$	11	11	9	8	8	- 21- -
	$h=4n$	15	15	13	12	12	- 41- -
.....							
00l	$l=2n$	12	1	0	0	0	- - - 21
	$l=4n$	21	10	9	9	9	- - - 41
	$l=3n$	18	13	12	12	12	- - - 31
	$l=6n$	24	13	12	12	12	- - - 61

---

## 5.4. rez. Gitter, Laueklasse, Zentrierung, Beugungssymbol

- Indizierung: reziprokes Gitter, ggf. mit symmetriebedingter Metrik
- Laueklasse: Mittelung über symmetrieäquivalente Daten  $\mapsto R_{\text{int}}$
- Gesamtzentrierung aus integralen Auslöschungen (Bravais-Zelle)
- Beugungssymbol: Sammlung aller aus den Auslöschungsbedingungen folgenden Symmetrieelemente
  - ◇ für das Beispiel:  $P6_3\_\_c$
- mögliche Raumgruppen:
  - ◇ für das Beispiel:  $P6_3/mmc$  und  $P6_3mc$
- 81 verschiedene Beugungssymbole



# 5.4. Symmetrie im realen und reziproken Raum (Zusammenfassung)

## Realraum (Struktur)

8 Basis-Symmetrieelemente  
 $1, 2, 3, 4, \bar{6}, \bar{1}=i, \bar{2}=m, (\bar{3}=3+i), \bar{4}, (\bar{6}=3/m)$

Kombinationen  
 (mit festem Punkt)

32 Punktgruppen  
 (Kristallklassen)

$a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$   
 7 Kristallsysteme

Gitter (real)

zusätzliche  
 Gesamt-  
 translationen  
 Zentrierungen  
 P, C, I, R, F

14 Bravais-Gitter

individuelle  
 Translationen  
 Gleitspiegelebenen  
 Schraubenachsen

230 Raumgruppen

Punktsymmetrie

Translations-S.

## reziproker Raum

11 Laueklassen

$a^*, b^*, c^*, \alpha^*, \beta^*, \gamma^*$   
 7 Kristallsysteme

Gitter (reziprok)

integrale  
 Auslöschungen

14 Bravais-Gitter

zonale Auslöschungen  
 serielle Auslöschungen

81 Beugungssymbole

$+ \bar{1}$

$1/d$

## 5.4. Übersicht und Ausblick: realer – reziproker – Patterson-Raum

Raum	reziprok	real	Vektor
Orts-Koord	$\vec{h} = h, k, l$	$\vec{x} = x, y, z$	$\vec{u} = u, v, w; u = x_1 - x_2 \dots$
Amplitude	Strukturfaktor F	Elektronendichte $\rho$	Pattersonfunktion P
	$F_{\vec{h}} = \sum_{j=1}^N f_j e^{2\pi i(\vec{h}\vec{x}_j)} \quad (2)$ $F_{\vec{h}} = \int \rho_{\vec{x}} e^{2\pi i\vec{h}\vec{x}} dV \quad (3)$	$\rho_{\vec{x}} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{h}} F_{\vec{h}} e^{-2\pi i\vec{h}\vec{x}} \quad (4)$	$P_{\vec{u}} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{h}} F_{\vec{h}}^2 e^{-2\pi i\vec{h}\vec{u}} \quad (5)$ $P_{\vec{u}} = \frac{1}{V} \int_V \rho_{\vec{x}} \rho_{\vec{x}+\vec{u}} dV \quad (6)$
Symmetrie	11 Laueklassen 81 Beugungssymbole aus $F^2$ <u>keine</u> Translationssymmetrie	32 Punktgruppen 230 Raumgruppen translationssymmetrisch	24 Pattersongruppen Harker-Geraden; Harker-Schnitte translationssymmetrisch

# Literatur, Web-Seiten, Programme

- W. Massa, Kristallstrukturbestimmung, Teubner Studienbücher
- G. H. Stout, L. H. Jensen: X-Ray Structure Determination, Wiley Inters.
- C. Giacovazzo (ed.), Fundamentals of Crystallography, IUCr, Oxford Science Publ.
- G. Phillips, University of Wisconsin, Madison (XRayView3.0)
- G. Chapuis, <http://escher.epfl.ch> (DiffractOgram)
- R. B. Neder, Th. Proffen: <http://discus.sourceforge.net> (Discus)
- <http://ruby.chemie.uni-freiburg.de/Vorlesung/Seminare/chemkrist09.pdf>

# DANKE!

**ChemKrist-Workshop 2009**  
**Was hinter meiner Software steckt**  
(Mehr Verständnis für kristallographische Zusammenhänge!)

Freiburg i.Br.  
14.-17.9.2009

$\sum_{j=1}^n f_j(\mathbf{h}) e^{i2\pi \mathbf{h} \cdot \mathbf{x}_j}$

$+k\mathbf{b}^* + l\mathbf{c}^*$

The image shows a screenshot of a software editor window titled "newstructure.ins - Editor". The window contains a list of crystallographic parameters such as CELL, ZERR, SFAC, BOND, and FVAR. Overlaid on the screenshot is a diffraction pattern diagram with a grid of red dots and a green circle. A large, stylized, 3D-effect arrow points from the bottom right towards the center of the image.